



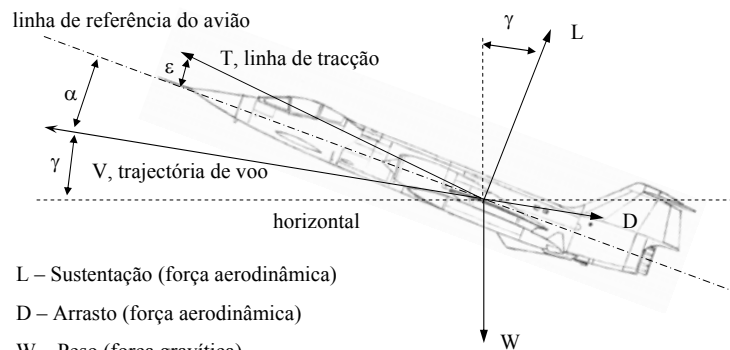
Voo Nivelado

Mecânica de Voo I – 7631
2º Ano da Licenciatura em Engenharia Aeronáutica

Pedro V. Gamboa - 2008



1. Equações de Movimento



L – Sustentação (força aerodinâmica)

D – Arrasto (força aerodinâmica)

W – Peso (força gravítica)

T – Tracção (força propulsiva)

α – ângulo de ataque

γ – ângulo de subida (ângulo da trajetória)

ϵ – inclinação da linha de tracção

Pedro V. Gamboa - 2008



1.1. Equações no Plano Vertical (1)

As equações de movimento completas no plano vertical são:

- Na direcção da velocidade:

$$T \cos(\alpha + \varepsilon) - D - W \sin \gamma = m \frac{dV}{dT}$$

- Na direcção perpendicular à velocidade:

$$L + T \sin(\alpha + \varepsilon) - W \cos \gamma = m \frac{V^2}{r}$$

Se considerarmos o ângulo entre a linha de tracção do motor e a linha de referência da aeronave desprezável ($\varepsilon \approx 0$), o ângulo de ataque também muito pequeno ($\alpha \approx 0$), a velocidade constante ($dV/dt=0$), o avião em voo nivelado ($\gamma=0$) e a trajectória rectilínea ($r=\infty$), as equações do movimento simplificam-se.



1.1. Equações no Plano Vertical (2)

As equações de movimento passam a escrever-se na seguinte forma:

- Na direcção da velocidade:

$$T - D = 0 \quad \Leftrightarrow \quad T = D$$

- Na direcção perpendicular à velocidade:

$$L - W = 0 \quad \Leftrightarrow \quad L = W$$

Estas são as equações de movimento para voo nivelado não acelerado. A relação para o coeficiente de sustentação em função da velocidade, em virtude de $L=W$, passa a ser

$$C_L = \frac{2W/S}{\rho_0 \sigma V^2}$$



1.1. Equações no Plano Vertical (3)

O coeficiente de sustentação é directamente proporcional ao peso, através da carga alar, e inversamente proporcional à densidade e ao quadrado da velocidade. Para um mesmo peso e uma mesma altitude, quanto maior for a velocidade menor será o coeficiente de sustentação.

O coeficiente de arrasto, através da equação do C_L , pode ser escrito como

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 = C_{D0} + K \left(\frac{2W/S}{\rho V^2} \right)^2$$

O valor da razão de planeio ou eficiência aerodinâmica é

$$E = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D} = \frac{W}{T}$$

ou, em termos da tracção específica, T/W (razão da tracção pelo peso),

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{E} \Leftrightarrow T = \frac{W}{E}$$



1.1. Equações no Plano Vertical (4)

A velocidade pode ser escrita em função do coeficiente de sustentação como

$$V = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_L}}$$

A equação do arrasto em função da velocidade fica

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0} + \frac{KW^2}{(1/2)\rho V^2 S}$$

O primeiro termo desta equação é o arrasto de sustentação nula, que é proporcional à densidade e ao quadrado da velocidade. O segundo termo é o arrasto devido à sustentação, proporcional ao quadrado do peso e inversamente proporcional à densidade e ao quadrado da velocidade.



2. Tracção Requerida

O arrasto do avião é a força que se opõe ao seu movimento. Para um voo com velocidade constante torna-se necessário ter uma força propulsiva que seja igual ao arrasto. Assim, designa-se frequentemente o arrasto por tracção requerida, T_R .

Em virtude da igualdade do arrasto com a tracção requerida tem-se

$$T_R = D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0} + \frac{1}{2} \rho V^2 S K C_L^2$$

ou, também,

$$T_R = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0} + \frac{KW^2}{(1/2)\rho V^2 S}$$

ou, ainda,

$$\frac{T_R}{S} = q C_{D0} + \frac{K(W/S)^2}{q}$$



3. Velocidade em Voo Nivelado (1)

Pode escrever-se a velocidade em função do arrasto, ou da tracção requerida, modificando a equação acima e escrevendo-a com a pressão dinâmica, q , como variável dependente

$$q^2 - \frac{(T_R/S)}{C_{D0}} q + \frac{K(W/S)^2}{C_{D0}} = 0$$

Cuja solução para a pressão dinâmica, com um valor dado da tracção requerida e com o peso e altitude constantes, é

$$q = \frac{(T_R/S)}{2C_{D0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4KC_{D0}}{(T_R/W)^2}} \right]$$

Como $q = 0,5 \rho V^2$, pode obter-se a velocidade

$$V^2 = \frac{(T_R/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4KC_{D0}}{(T_R/W)^2}} \right]$$



3. Velocidade em Voo Nivelado (2)

Tendo em conta que a eficiência aerodinâmica máxima é

$$E_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

e que a velocidade só pode assumir valores positivos, temos

$$V = \left\{ \frac{(T_R/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{(E_{\max} T_R/W)^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Que pode, ainda, ser escrita em termos da tracção requerida específica e da carga alar

$$V = \left\{ \frac{(T_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{(E_{\max} T_R/W)^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



3. Velocidade em Voo Nivelado (3)

Ao analisarmos esta equação podemos observar que, para a velocidade ter um valor real, o segundo termo dentro da raiz não pode ser maior do que 1, o que implica que a tracção requerida específica tem que ter sempre um valor que seja maior ou igual que o valor do inverso da eficiência máxima da aeronave. Ou seja

$$\frac{T_R}{W} \geq \frac{1}{E_{\max}}$$

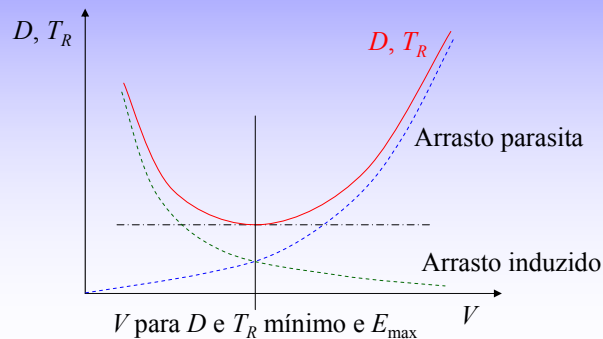
Pedro V. Gamboa - 2008



3.1. Velocidade de Tracção Mínima (1)

Quando a igualdade prevalece, $T_R/W=1/E_{\max}$, o valor de T_R é mínimo e existe uma única solução para a velocidade dada por

$$V = \sqrt{\frac{(T_{R,\min}/W)(W/S)}{\rho C_{D0}}} = \sqrt{\frac{(T_{R,\min}/S)}{\rho C_{D0}}}$$



Pedro V. Gamboa - 2008



3.1. Velocidade de Tracção Mínima (2)

Esta velocidade também corresponde à velocidade de arrasto mínimo, $D_{\min}$, o de máxima eficiência aerodinâmica, $E_{\max}$, e pode escrever-se

$$V_{E\max} = \sqrt{\frac{(T_{R,\min}/W)(W/S)}{\rho C_{D0}}} = \sqrt{\frac{(T_{R,\min}/S)}{\rho C_{D0}}}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



3.2. Velocidade para outras Tracções (1)

Quando a tracção requerida específica for maior que o inverso da eficiência máxima existem dois valores para a velocidade: uma velocidade mais baixa, obtida da equação com o sinal negativo antes da raiz, e outra velocidade mais alta, obtida com o sinal positivo antes da raiz.



3.2.1. Velocidade mais Baixa (1)

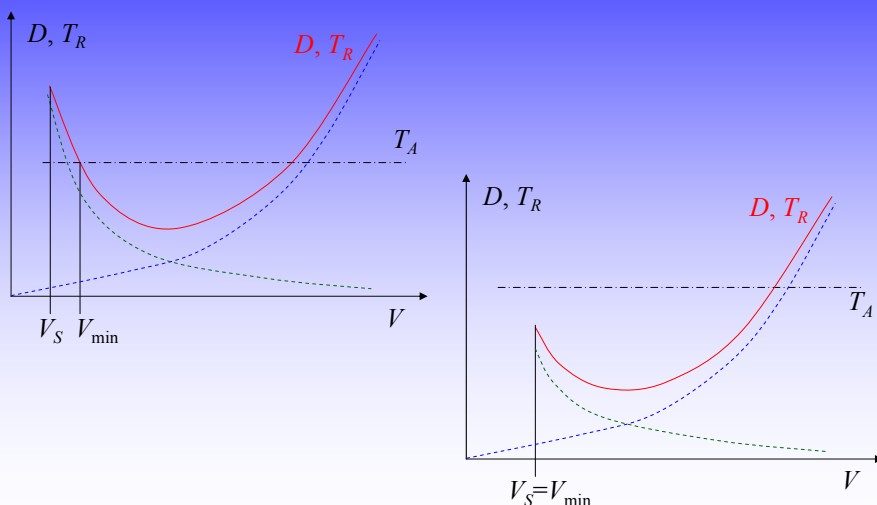
A velocidade mais baixa é

$$V_{+baixa} = \left\{ \frac{(T_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1}{(E_{\max} T_R/W)^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Este valor da velocidade pode ser menor que o valor da velocidade de perda. Contudo, já sabemos que as características da aeronave abaixo da velocidade de perda modificam-se grandemente e, portanto, a polar de arrasto já não se aplica à representação aerodinâmica do comportamento real do avião.



3.2.1. Velocidade mais Baixa (2)



Pedro V. Gamboa - 2008



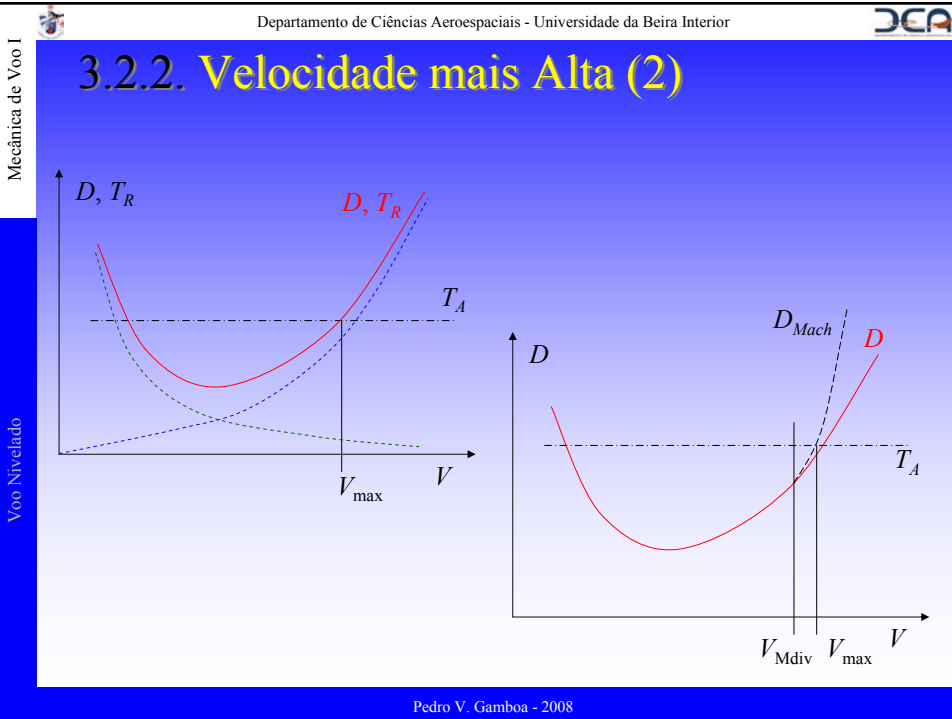
3.2.2. Velocidade mais Alta (1)

A velocidade mais alta é

$$V_{+alta} = \left\{ \frac{(T_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{(E_{max} T_R/W)^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Este valor da velocidade pode ser maior que o valor da velocidade máxima estrutural ou que a velocidade de Mach divergente. Contudo, a aeronave não pode voar acima da velocidade máxima estrutural pois pode desintegrar-se. A aeronave pode voar acima da velocidade de Mach divergente se esta for menor do que a velocidade máxima estrutural, mas as características da aeronave modificam-se acentuadamente e, portanto, a polar de arrasto utilizada já não se aplica à representação aerodinâmica do comportamento real do avião.

Pedro V. Gamboa - 2008



Mecânica de Voo I

Departamento de Ciências Aeroespaciais - Universidade da Beira Interior

DCA

3.3. Condições de Voo (1)

A curva de arrasto em função da velocidade representada pela equação

$$T_R = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0} + \frac{KW^2}{(1/2) \rho V^2 S}$$

Só pode ser obtida para peso e altitude fixas.

Também se pode observar na curva do arrasto em função da velocidade que, o voo realizado na parte em que o gradiente do arrasto em função da velocidade é negativo, $dT_R/dV < 0$, o voo é instável, pois uma perturbação na velocidade tende a aumentar.

O voo realizado na parte da curva em que o gradiente do arrasto em função da velocidade é positivo, $dT_R/dV > 0$, é estável, pois uma perturbação na velocidade tende a diminuir.

Pedro V. Gamboa - 2008



3.3. Condições de Voo (2)

Normalmente, os voos realizam-se na parte da curva em que o equilíbrio é estável, ou seja, em que o arrasto varia positivamente com o aumento da velocidade de voo. Assim, quando quisermos determinar a velocidade de voo associada com uma dada tracção requerida, deveremos sempre usar a equação da velocidade mais alta

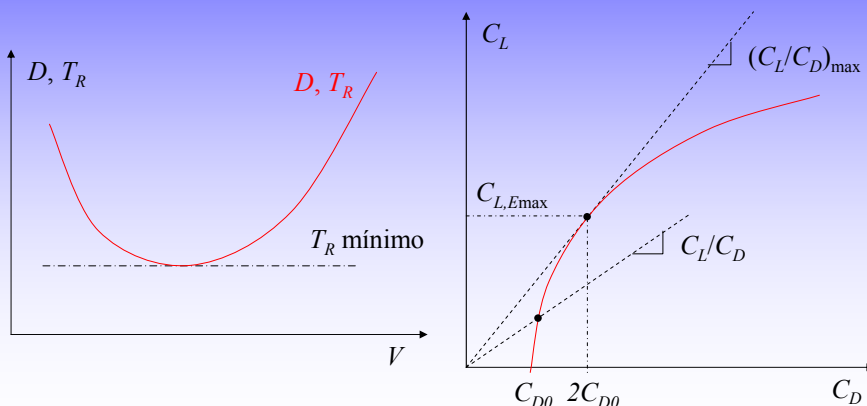
$$V = \left\{ \frac{(T_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{(E_{\max} T_R/W)^2}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

tendo em atenção à validade dos seus valores.



3.3.1. Voo para T_R Mínimo (1)

Do gráfico de T_R em função de V observa-se que o valor de L/D máximo (que corresponde a W/T_R máximo) ocorre quando D é mínimo.





3.3.1. Voo para T_R Mínimo (2)

Este valor de $E_{\max}$ depende apenas das propriedades de projecto do avião, C_{D0} e K , como já visto anteriormente:

$$E_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

$$C_{L,E\max} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_{D,E\max} = 2C_{D0}$$

Consequentemente, quando a tracção requerida é mínima, o arrasto parasita de sustentação nula é igual ao arrasto devido à sustentação.

Estes resultados foram obtidos analiticamente. Também se pode obter a velocidade de arrasto mínimo, ou de $E_{\max}$, substituindo o valor de C_L nesta condição na equação da velocidade.



3.3.1. Voo para T_R Mínimo (3)

Assim, tem-se

$$V_{E\max} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S} \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{1/4}}$$

Esta expressão pode escrever-se na seguinte forma

$$V_{E\max} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{W}{S}\right) \frac{T_{R,\min}}{T_{R,\min}}}{\rho C_{L,E\max}}} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{T_{R,\min}}{S}\right) \left(\frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}\right)}{\rho \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}}}$$

ou

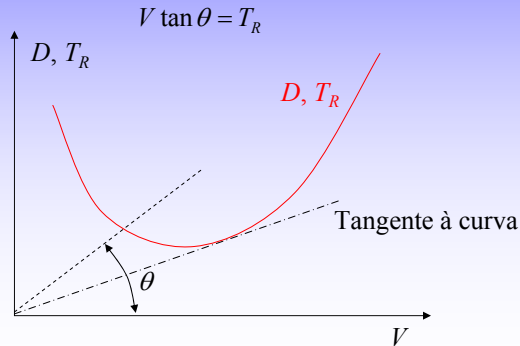
$$V_{E\max} = \sqrt{\frac{T_{R,\min}/S}{\rho C_{D0}}}$$

como já obtido anteriormente.



3.3.2. Tangente da Recta à Curva $T_R \times V$ (1)

Outro facto relevante do gráfico da tracção requerida em função da velocidade, e que é de grande utilidade na optimização do alcance de um avião a jacto, é o ponto de tangencia à curva de uma linha recta que passa na origem. De facto, uma recta qualquer que intercepta a curva de T_R faz um ângulo θ com a horizontal e podemos observar que



Pedro V. Gamboa - 2008



3.3.2. Tangente da Recta à Curva $T_R \times V$ (2)

ou

$$\tan \theta = \frac{T_R}{V} = \frac{W}{EV}$$

Se mantivermos o peso constante, podemos observar que o valor mínimo de θ , ou o valor máximo do produto EV , ocorre quando a recta é tangente à curva.

Esse ponto de EV máximo pode ser obtido graficamente da figura ou analiticamente determinando-se o máximo de EV ou de $C_L^{1/2}/C_D$.

Designando-se este ponto como o ponto da tangente podemos escrever

$$E_{\tan} = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{KC_{D0}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} E_{\max} = 0,866 E_{\max}$$

$$C_{L,\tan} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} = \frac{1}{\sqrt{3}} C_{L,E\max}$$

$$C_{D,\tan} = C_{D0} + \frac{1}{3} C_{D0} = \frac{4}{3} C_{D0}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



3.3.2. Tangente da Recta à Curva $T_R \times V$ (3)

À semelhança de $E_{\max}$, também o valor de $E_{\tan}$ depende apenas dos parâmetros de projecto do avião, C_{D0} e K , sendo completamente independente dos parâmetros associados ao voo tais como o peso e a altitude. Os coeficientes de sustentação e de arrasto para a situação da tangente também não dependem do peso e da altitude de voo. Contudo, a velocidade da aeronave nesta situação

$$V_{\tan} = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho C_{L,\tan}}} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \frac{W}{S} \left(\frac{3K}{C_{D0}} \right)^{1/4}}$$

é função do peso e da altitude, aumentando com o aumento do peso e da altitude.



3.3.3. Variação de T_R com a Altitude (1)

É conveniente ter-se uma ideia da forma como a curva de T_R em função de V varia com a altitude:

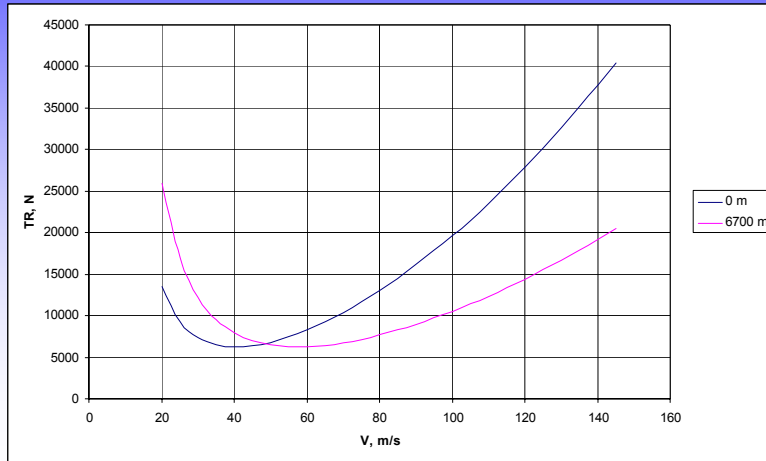
- Uma constatação importante é que o valor da tracção mínima requerida não varia;
- No entanto, a velocidade correspondente aumenta;
- A tracção requerida para sustentação nula, T_{R0} , diminui com a altitude pois é directamente proporcional à densidade;
- A tracção requerida induzida, T_{Ri} , aumenta com a altitude pois é inversamente proporcional à densidade.

É portanto de esperar que, com o aumento da altitude, a curva se desloque para a direita, mantendo o mesmo valor para a tracção requerida mínima, e apresentando uma pequena torção no sentido horário.



3.3.3. Variação de T_R com a Altitude (2)

No gráfico seguinte tem-se $C_D=0,026+0,084C_L^2$, $S=120\text{m}^2$ e $W=66750\text{N}$.



Pedro V. Gamboa - 2008



3.3.4. Variação de T_R com o Peso (1)

É, também, conveniente ter-se uma ideia da forma como a curva de T_R em função de V varia com o peso:

- Quando o peso diminui, o valor da tracção requerida também diminui;
- O arrasto parasita não varia mas o arrasto induzido altera-se com a variação do peso;
- A influência do arrasto induzido é maior nas velocidades mais baixas e menor nas velocidades mais altas.

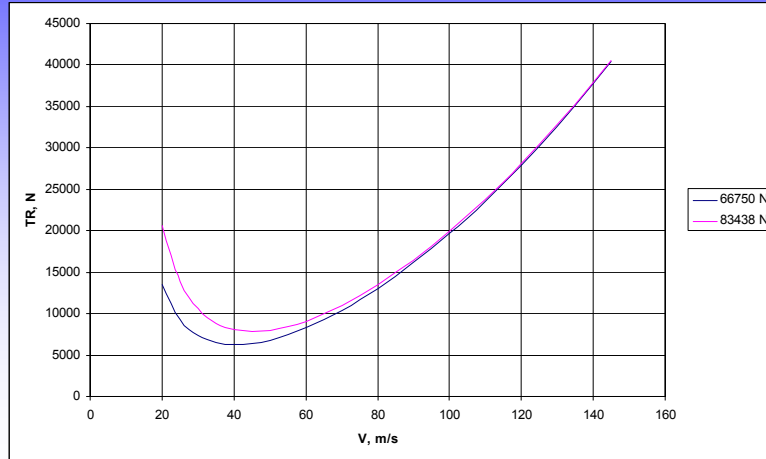
É portanto de esperar que, com o aumento do peso, o valor da tracção requerida aumente em todas as velocidades mas com um efeito maior nas velocidades mais baixas.

Pedro V. Gamboa - 2008



3.3.4. Variação de T_R com o Peso (2)

No gráfico seguinte tem-se $C_D=0,026+0,084C_L^2$, $S=120\text{m}^2$ e $h=0\text{m}$.



Pedro V. Gamboa - 2008



4. Potência Requerida (1)

Outro parâmetro relevante para o estudo do desempenho de uma aeronave é a potência requerida.

A potência propulsiva de uma aeronave é definida como sendo o trabalho por unidade de tempo que é realizado pela força propulsiva (tracção) ao movimentar o avião, ou seja,

$$T \frac{dX}{dt} = TV = P$$

A potência requerida é a potência que é necessária para vencer o trabalho por unidade de tempo realizado pela tracção requerida, isto é,,

$$D \frac{dX}{dt} = T_R \frac{dX}{dt} = T_R V = P_R$$

Da definição acima e da equação da tracção requerida temos

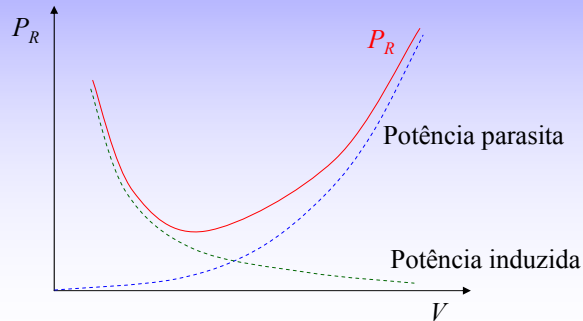
$$P_R = T_R V = \frac{1}{2} \rho V^3 S C_{D0} + \frac{KW^2}{(1/2)\rho VS}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



4. Potência Requerida (2)

O primeiro termo é a potência requerida parasita de sustentação nula e o segundo termo é a potência requerida devido à sustentação. O termo da potência requerida devido ao arrasto parasita de sustentação nula é agora proporcional ao cubo da velocidade enquanto que o termo devido à sustentação é inversamente proporcional à velocidade. Em comparação com a tracção requerida, a potência requerida é alterada devido à multiplicação com a velocidade.



Pedro V. Gamboa - 2008



5. Velocidade em Voo Nivelado

Pode, também, obter-se a velocidade em função da potência requerida modificando a equação acima e escrevendo-a na seguinte forma

$$\frac{1}{2} \rho V^4 S C_{D0} - V P_R + \frac{2KW^2}{\rho S} = 0$$

ou

$$V^4 - \frac{2P_R}{\rho S C_{D0}} V + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = 0$$

Esta equação permite obter valores da velocidade para um determinado valor da potência requerida, com o peso e altitude constantes. A solução da equação tem que ser obtida por tentativa e erro ou numericamente uma vez que não tem solução analítica.

Esta equação também pode ser escrita na forma

$$V^4 - \frac{2(P_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} V + \frac{4K(W/S)^2}{\rho^2 C_{D0}} = 0$$

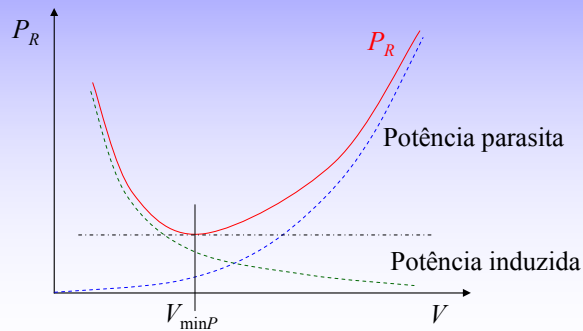
Pedro V. Gamboa - 2008



5.1. Velocidade de Potência Mínima (1)

Na curva da potência requerida em função da velocidade observa-se um valor mínimo para P_R . Este valor pode ser obtido por cálculo da seguinte maneira:

$$P_R = T_R V = \frac{W}{W} T_R V = W \frac{V}{E}$$



Pedro V. Gamboa - 2008



5.1. Velocidade de Potência Mínima (2)

Para obter o valor mínimo de P_R , $P_{\min}$, é suficiente achar o mínimo de V/E ou o máximo de E/V , onde

$$\frac{E}{V} = \frac{C_L/C_D}{\sqrt{2(W/S)/\rho} \sqrt{C_L}} = \sqrt{\frac{\rho}{2(W/S)}} \frac{C_L^{3/2}}{C_D}$$

Ou seja, basta maximizar $C_L^{3/2}/C_D$. Após calcular o C_L para esta situação, derivando a equação acima e igualando a zero, obtém-se a velocidade de

$$V_{\min P} = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho C_{L_{\min P}}}} = \sqrt{\frac{2(W/S)}{\rho} \left(\frac{K}{3C_{D0}} \right)^{1/4}}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



5.2. Velocidade para outras Potências (1)

Quando a potência disponível for maior que a potência requerida mínima existem dois valores para a velocidade: uma velocidade mais baixa e outra velocidade mais alta.



5.2.1. Velocidade mais Baixa (1)

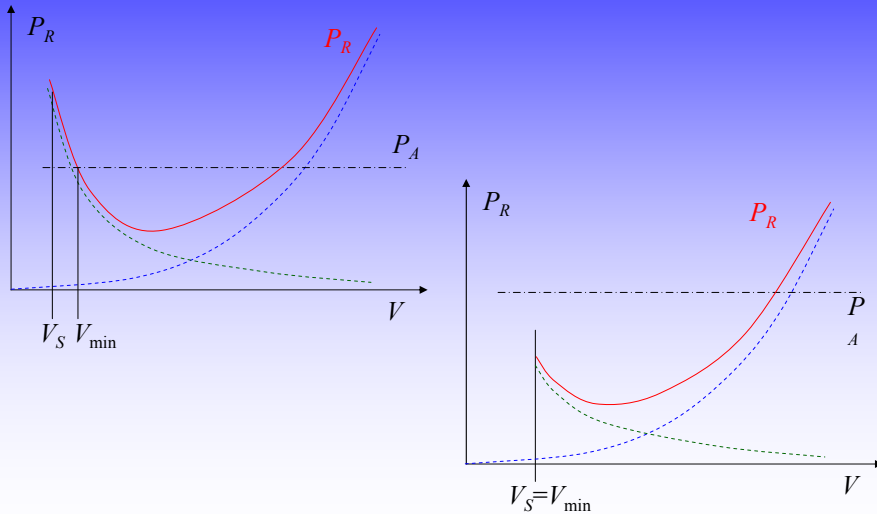
A velocidade mais baixa obtém-se da solução iterativa da seguinte expressão

$$V_{+baixa} = \frac{\frac{4K(W/S)^2}{\rho} + \rho C_{D0} V^4}{2(P_R/S)}$$

Este valor da velocidade pode ser menor que o valor da velocidade de perda. Contudo, já sabemos que as características da aeronave abaixo da velocidade de perda modificam-se grandemente e, portanto, a polar de arrasto já não se aplica à representação aerodinâmica do comportamento real do avião.



5.2.1. Velocidade mais Baixa (2)



Pedro V. Gamboa - 2008



5.2.2. Velocidade mais Alta (1)

A velocidade mais alta obtém-se da solução iterativa da seguinte expressão

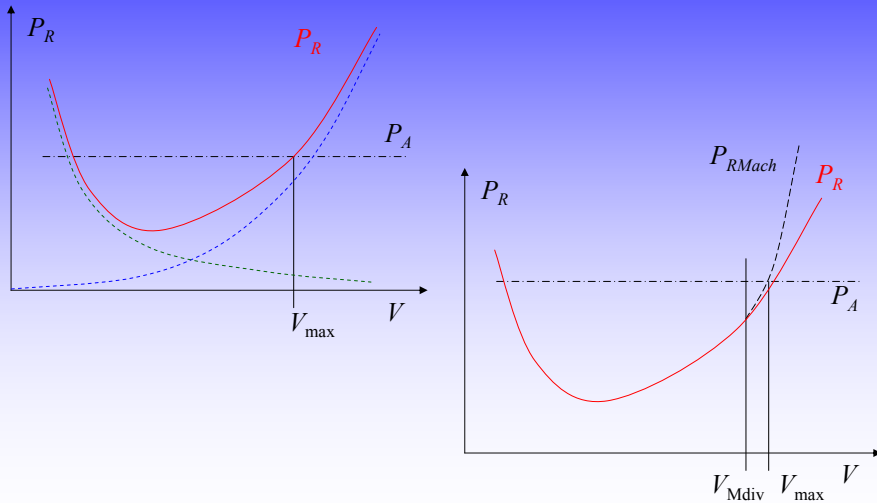
$$V_{+alta} = \left(\frac{2(P_R/W)(W/S)}{\rho C_{D0}} V + \frac{4K(W/S)^2}{\rho^2 C_{D0}} \right)^{1/4}$$

Este valor da velocidade pode ser maior que o valor da velocidade máxima estrutural ou que a velocidade de Mach divergente. Contudo, a aeronave não pode voar acima da velocidade máxima estrutural pois pode desintegrar-se. A aeronave pode voar acima da velocidade de Mach divergente se esta for menor do que a velocidade máxima estrutural, mas as características da aeronave modificam-se acentuadamente e, portanto, a polar de arrasto utilizada já não se aplica à representação aerodinâmica do comportamento real do avião.

Pedro V. Gamboa - 2008



5.2.2. Velocidade mais Alta (2)



Pedro V. Gamboa - 2008



5.3. Condições de Voo

A curva de potência requerida em função da velocidade representada pela equação

$$P_R = \frac{1}{2} \rho V^3 S C_{D0} + \frac{KW^2}{(1/2) \rho V S}$$

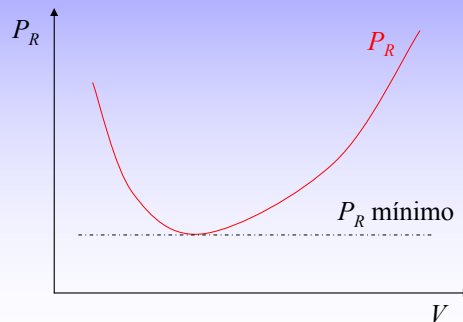
só pode ser obtida para peso e altitude fixas.

Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.1. Voo para P_R Mínimo (1)

Do gráfico de P_R em função de V pode obter-se a condição para $P_{\min}$ com já visto anteriormente.



Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.1. Voo para P_R Mínimo (2)

Nestas condições o valor da razão de planeio, $E_{P_{\min}}$, depende apenas das propriedades de projecto do avião, C_{D0} e K , como já visto anteriormente:

$$E_{P_{\min}} = \frac{C_{L,P_{\min}}}{C_{D,P_{\min}}} = \frac{\sqrt{3C_{D0}/K}}{4C_{D0}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}} = 0,866E_{\max}$$

$$C_{L,P_{\min}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} = \sqrt{3}C_{L,E_{\max}}$$

$$C_{D,P_{\min}} = 4C_{D0} = 2C_{D,E_{\max}}$$

Consequentemente, quando a potência requerida é mínima, o arrasto devido à sustentação é 3 vezes superior ao arrasto parasita de sustentação nula.

A velocidade é

$$V_{P_{\min}} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \left(\frac{K}{3C_{D0}} \right)^{1/4}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.1. Voo para P_R Mínimo (3)

Finalmente, o valor de $P_{\min}$ é dado por

$$P_{\min} = W \frac{V_{P_{\min}}}{E_{P_{\min}}} = \frac{W}{E_{P_{\min}}} \sqrt{\frac{2W}{\rho S} \left(\frac{K}{3C_{D0}} \right)^{1/4}} = \frac{W}{0,866 E_{\max}} \sqrt{\frac{2W}{\rho S} \left(\frac{K}{3C_{D0}} \right)^{1/4}}$$

É importante observar que a potência requerida mínima varia com o peso e com a altitude. Um peso maior da aeronave traduz-se num maior valor da potência mínima requerida e uma maior altitude também aumenta a potência mínima requerida, embora com um efeito menor do que o efeito do peso.

Outro ponto importante a considerar é que a velocidade de potência mínima é mais baixa que a velocidade de arrasto mínimo e pode, portanto, situar-se muito próxima da velocidade de perda, podendo mesmo ser menor do que esta. Esta situação requer uma atenção cuidadosa por parte do engenheiro de desempenho e do piloto da aeronave.

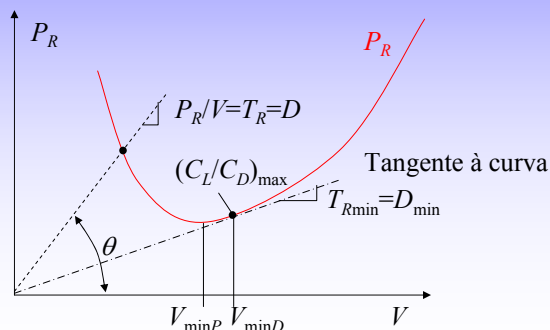
Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.2. Tangente da Recta à Curva $P_R \times V$ (1)

Analogamente ao observado na curva de arrasto, é importante notar que uma recta que passa pela origem e intersecta a curva de P_R em função de V faz um ângulo θ com o eixo da velocidade e resulta na seguinte equação

$$V \tan \theta = P_R = VP_R$$



Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.2. Tangente da Recta à Curva $P_R \times V$ (2)

ou

$$\tan \theta = T_R$$

O ângulo θ é mínimo quando a recta que passa pela origem é tangente à curva de P_R em função de V . Nesse ponto ocorre, pela análise da equação acima, o ponto com a designação $P_{\tan}$, o qual se caracteriza por ter o valor de $T_{R\min}$. Consequentemente, os diversos parâmetros desse ponto de tangência são aqueles já vistos anteriormente para $D_{\min}$. Com $T_{R\min} = T_{R\min}$, tem-se

$$E_{\tan} = E_{\max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

$$C_{L,\tan} = C_{L,E\max} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$$

$$C_{D,\tan} = C_{D,E\max} = 2C_{D0}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.2. Tangente da Recta à Curva $P_R \times V$ (3)

A velocidade é dada por

$$V_{\tan} = V_{E\max} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{1/4}$$

E, finalmente, a potência requerida no ponto de tangência é

$$P_{\tan} = P_{E\max} = T_{R\min} V_{E\max} = \frac{W}{E_{\max}} \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \left(\frac{K}{C_{D0}} \right)^{1/4}$$

Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.3. Variação de P_R com a Altitude (1)

É conveniente ter-se uma ideia da forma como a curva de P_R em função de V varia com a altitude:

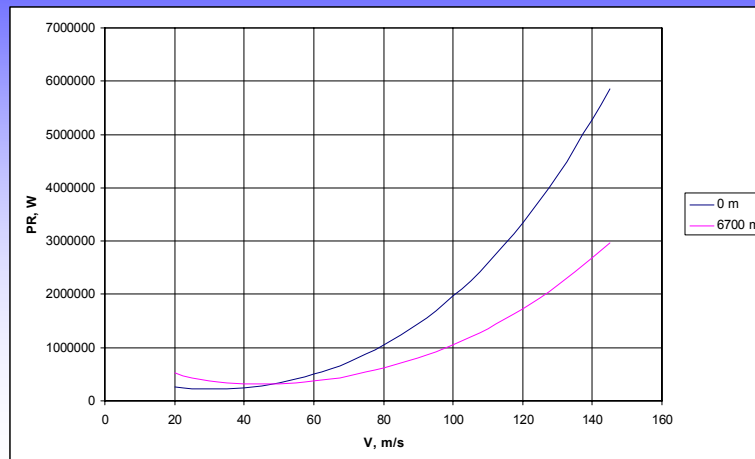
- A potência requerida mínima aumenta com a altitude;
- A velocidade para potência requerida mínima também aumenta com a altitude;
- A potência requerida para sustentação nula, P_{R0} , diminui com a altitude pois é directamente proporcional à densidade;
- A potência requerida induzida, P_{Ri} , aumenta com a altitude pois é inversamente proporcional à densidade.

É portanto de esperar que, com o aumento da altitude, a curva se desloque para a direita, aumentando o valor para a potência requerida mínima, e apresentando uma pequena torção no sentido horário.



3.3.3. Variação de P_R com a Altitude (2)

No gráfico seguinte tem-se $C_D=0,026+0,084C_L^2$, $S=120\text{m}^2$ e $W=66750\text{N}$.





5.3.4. Variação de P_R com o Peso (1)

É, também, conveniente ter-se uma ideia da forma como a curva de P_R em função de V varia com o peso:

- Quando o peso aumenta, o valor da potência requerida também aumenta;
- A potência parasita não varia mas a potência induzida altera-se com a variação do peso;
- A influência da potência induzida é maior nas velocidades mais baixas e menor nas velocidades mais altas.

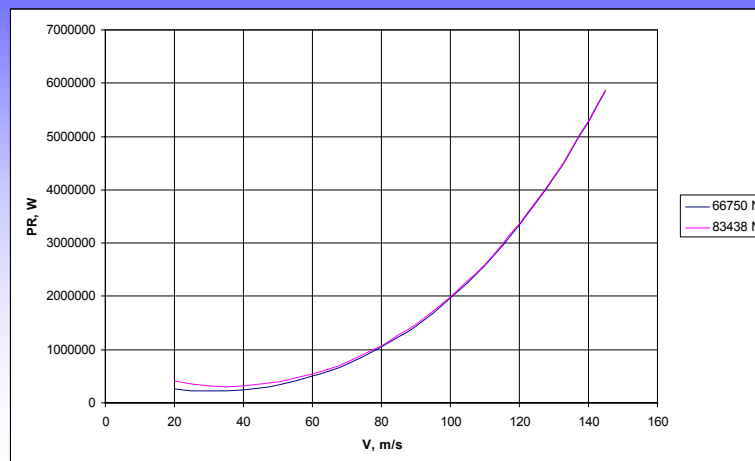
É portanto de esperar que, com o aumento do peso, o valor da potência requerida aumente em todas as velocidades mas com um efeito maior nas velocidades mais baixas.

Pedro V. Gamboa - 2008



5.3.4. Variação de P_R com o Peso (2)

No gráfico seguinte tem-se $C_D=0,026+0,084C_L^2$, $S=120\text{m}^2$ e $h=0\text{m}$.



Pedro V. Gamboa - 2008