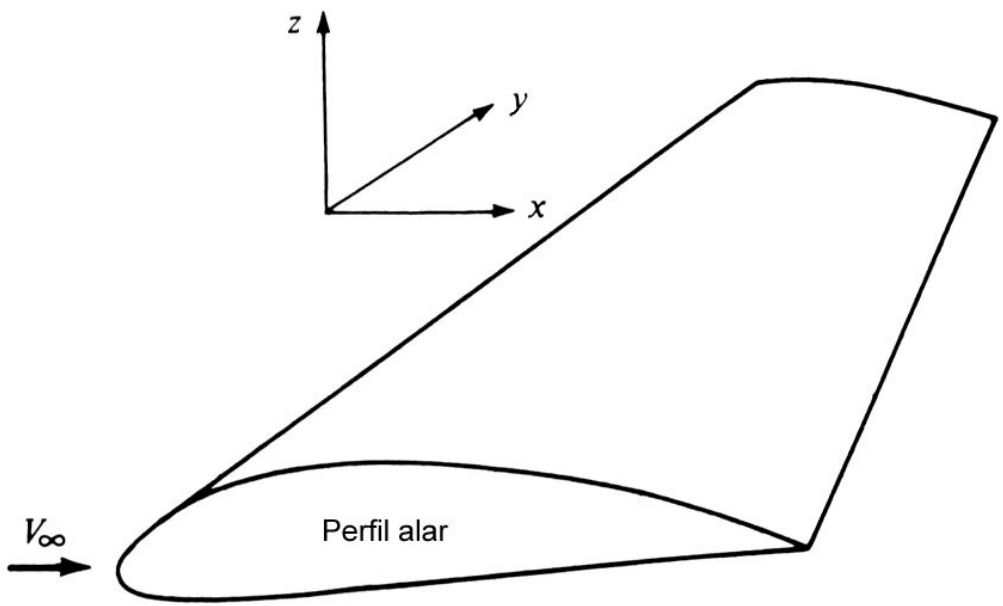
4

ESCOAMENTO INCOMPRESSÍVEL EM PERFIS ALARES

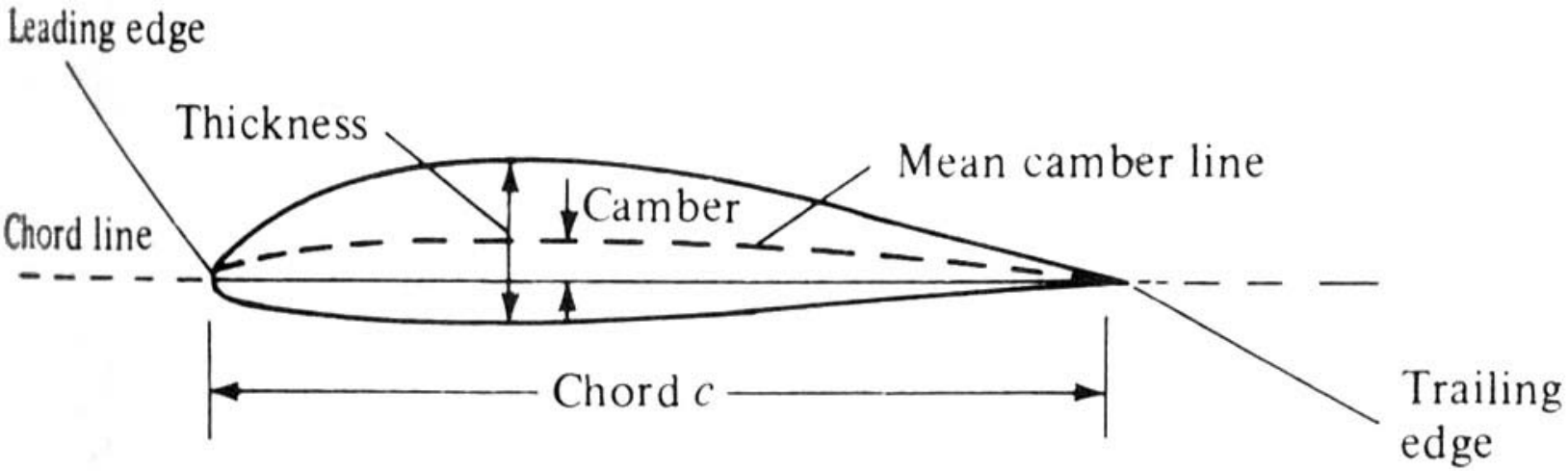
4.1. Introdução

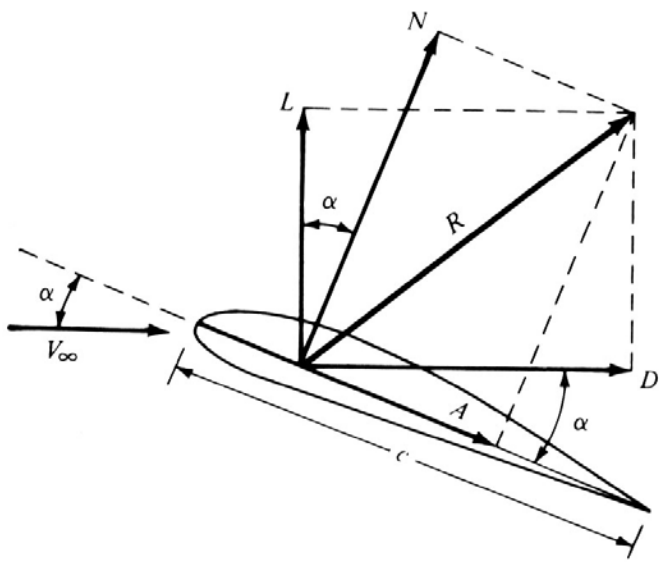
- Necessidade de compreender o comportamento aerodinâmico das superfícies sustentadoras.
- Prandtl mostrou que a acção aerodinâmica das asas pode ser dividida em duas partes:
  - Estudo da secção da asa – perfil alar;
  - Modificação das propriedades do perfil para representar a asa finita completa.
- Neste capítulo vamos estudar os perfis em escoamento incompressível e invíscido (não viscoso).
- O objectivo deste capítulo é, então, apresentar métodos para calcular as propriedades dos perfis alares.

- Uma vez que o escoamento é invíscido não é possível prever o arrasto do perfil.
- No entanto, a sustentação e o momento do perfil são dependentes, principalmente, da distribuição de pressão que, antes da perda, é ditada pelo escoamento não viscoso.
- O que é um perfil alar?
- A qualquer secção da asa cortada por um plano paralelo ao plano *xz* chama-se perfil alar.

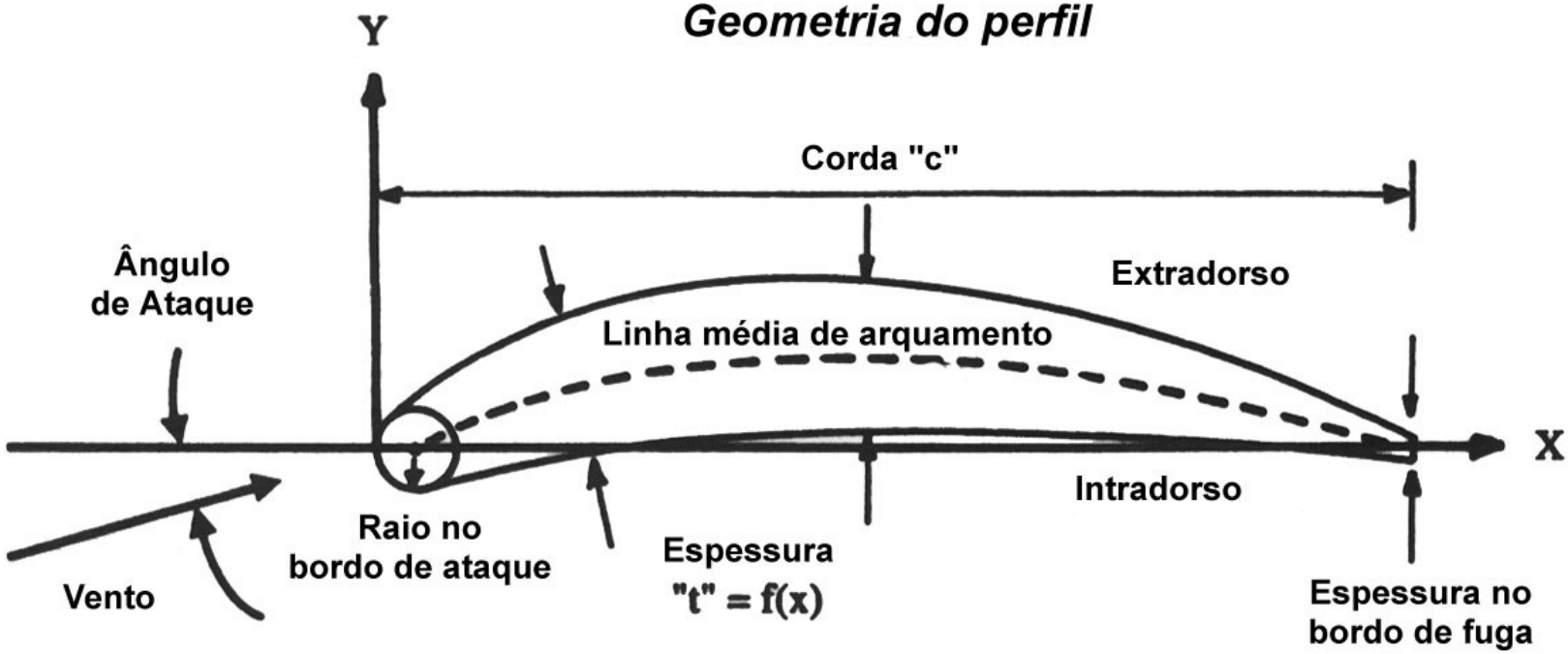


4.2. Nomenclatura do Perfil



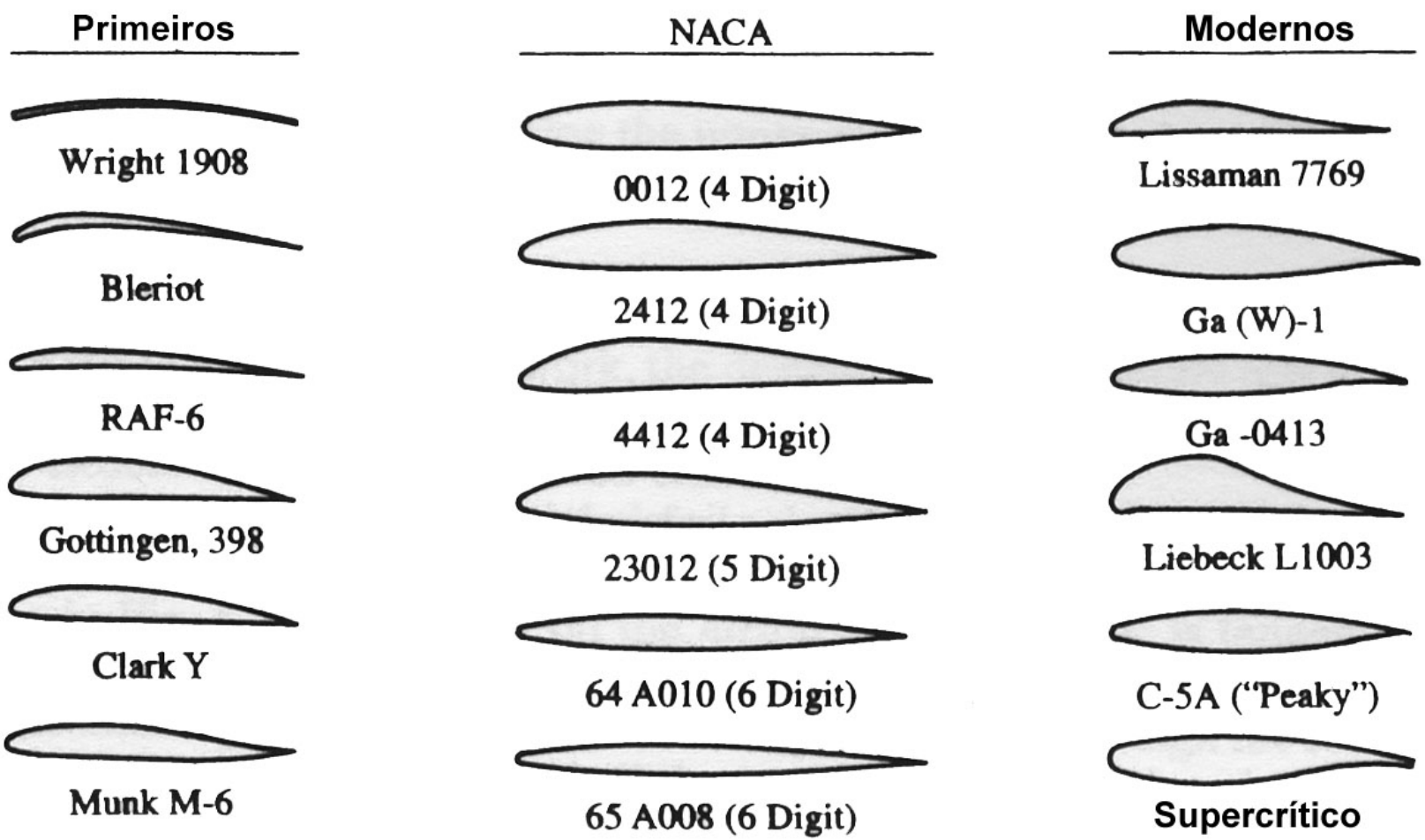


Geometria do perfil



Distribuição da espessura

- Perfis alares:

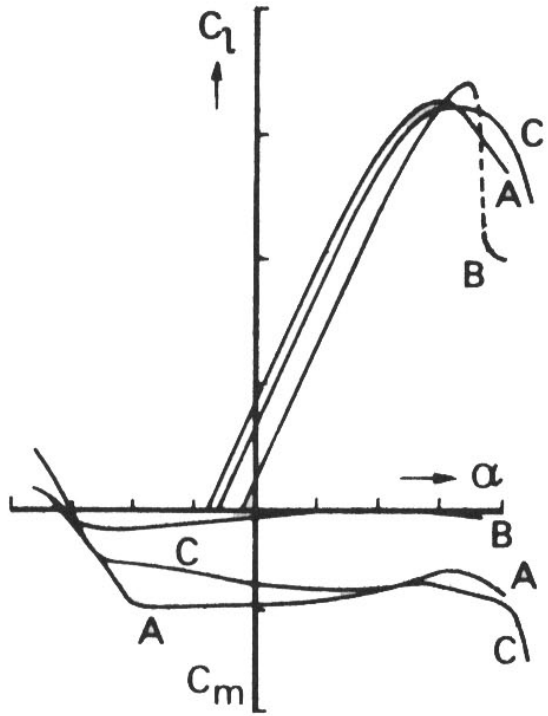


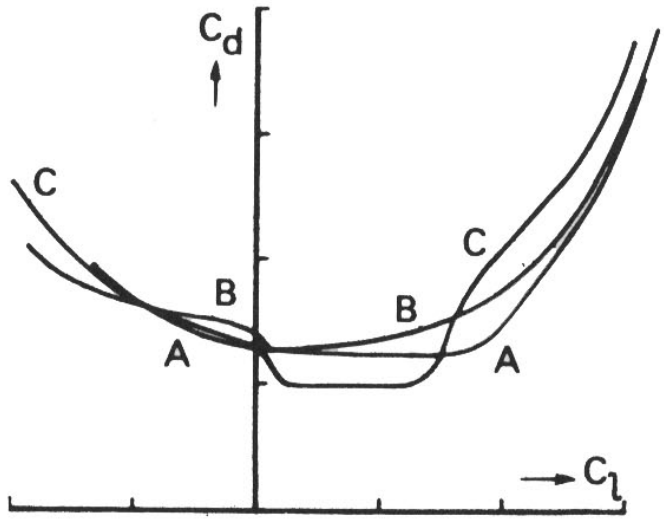
- Perfis NACA – definidos matematicamente:
  - Série 4 (4 dígitos) - 1930:
    - 1 – percentagem de arqueamento;
    - 2 – posição do arqueamento máximo (1 corresponde a 10 %);
    - 34 – percentagem de espessura (espessura relativa).
  - Série 5 (5 dígitos) - 1930:
    - 1 – C_l de máxima eficiência (1 corresponde a 0,15);
    - 23 – posição do arqueamento máximo (10 corresponde a 5 %);
    - 45 – percentagem de espessura (espessura relativa).
  - Série 6 (6 dígitos) – perfis laminares (WW II):
    - 1 – série;
    - 2 – posição de pressão mínima (1 corresponde a 10 %);
    - 3 – semi-largura do balde (1 corresponde a 0,1);
    - 4 – C_l no centro do balde (1 corresponde a 0,1);
    - 56 – percentagem de espessura (espessura relativa).

A : NACA 4412

B : NACA 23015

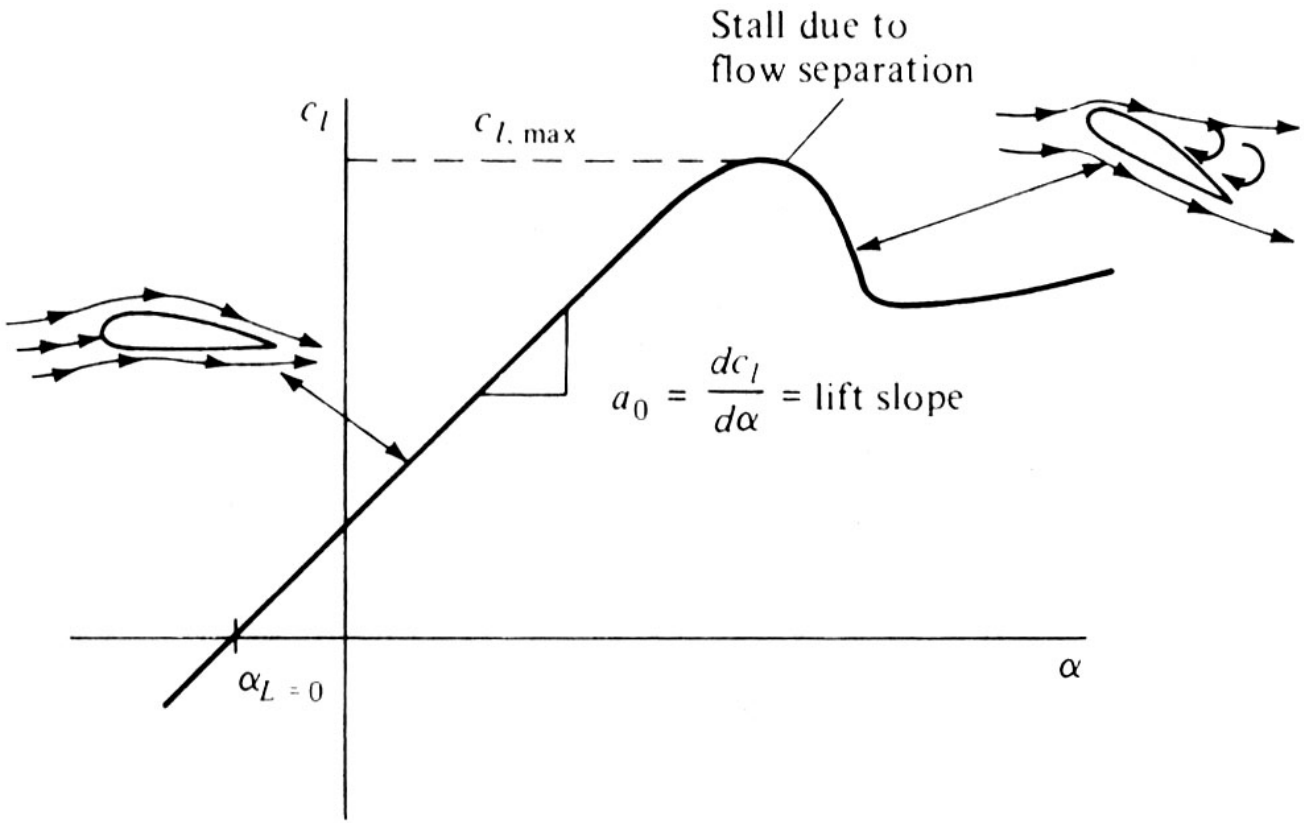
C : NACA 64_2-415





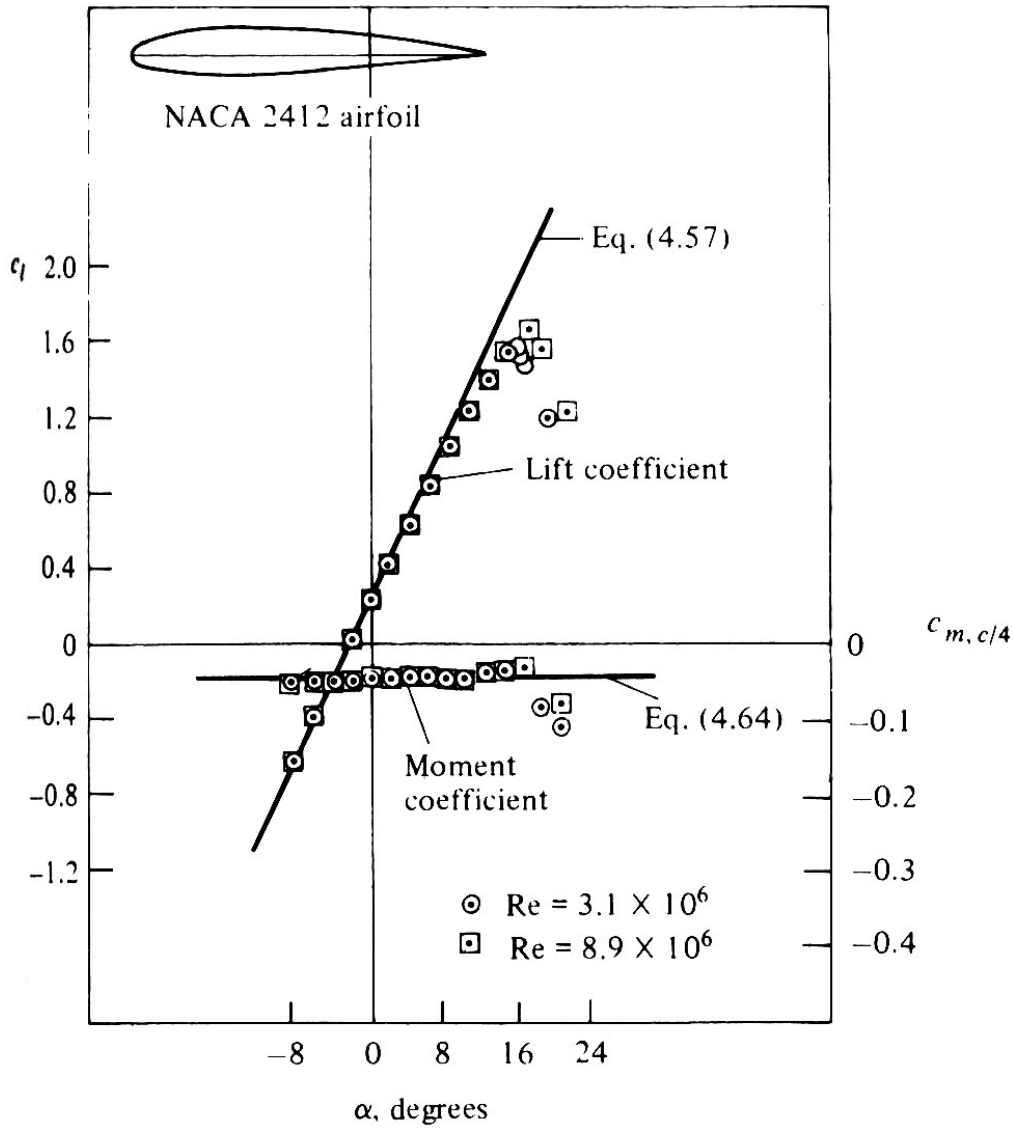
4.3. Características dos Perfis

- A variação típica do coeficiente de sustentação com o ângulo de ataque está representada na figura:



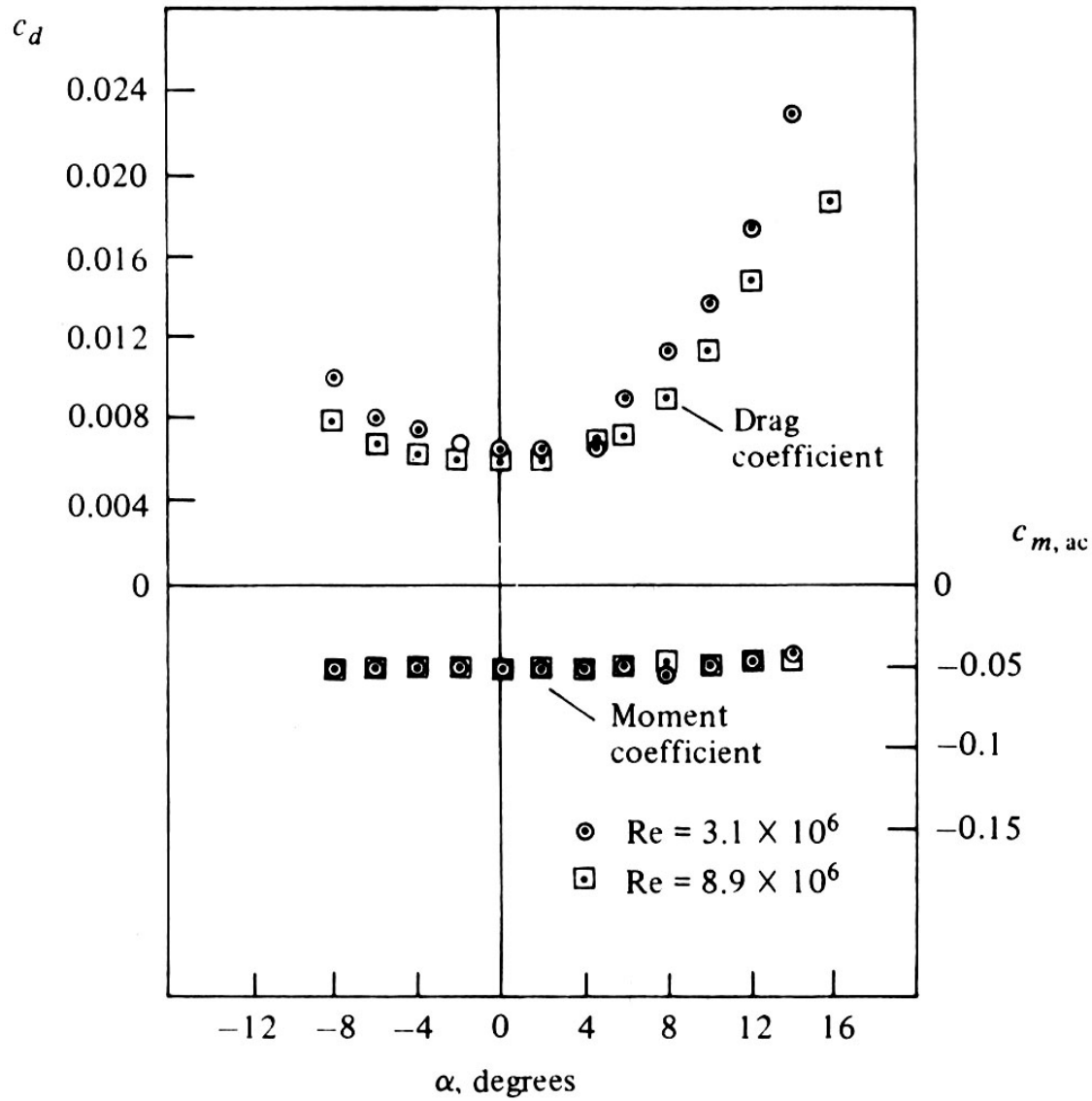
- Para ângulos de ataque pequenos e moderados C_l varia linearmente com α.
- O declive desta linha recta chama-se *declive de sustentação* e escreve-se a_0.
- Para ângulos de ataque elevados existe separação e o perfil entra em *perda*.
- O valor máximo de C_l, que ocorre imediatamente antes da perda, escreve-se $C_{l\max}$.
- C_l cresce linearmente com α até a separação exercer o seu efeito.
- A curva torna-se não linear nesta altura.
- O valor de α para o qual a sustentação é nula chama-se *ângulo de sustentação nula* e escreve-se α_0.
- A teoria do perfil em escoamento invíscido permite prever a_0 e α_0 para um dado perfil.

- Na figura abaixo são mostrados dados experimentais para o perfil NACA 2412 para dois Re diferentes.



- O declive de sustentação a_0 não é influenciado pelo Re.
- O $C_{l\max}$ é dependente do Re.
- O $C_{l\max}$ é governado pelos efeitos viscosos e o Re é um parâmetro de similaridade que relaciona as forças de inércia com as forças viscosas no escoamento.
- O coeficiente de momento também é independente do Re excepto para α elevados.
- Apesar da teoria que vai ser estudada não ser capaz de prever o arrasto do perfil é interessante ver, também, dados de C_d.

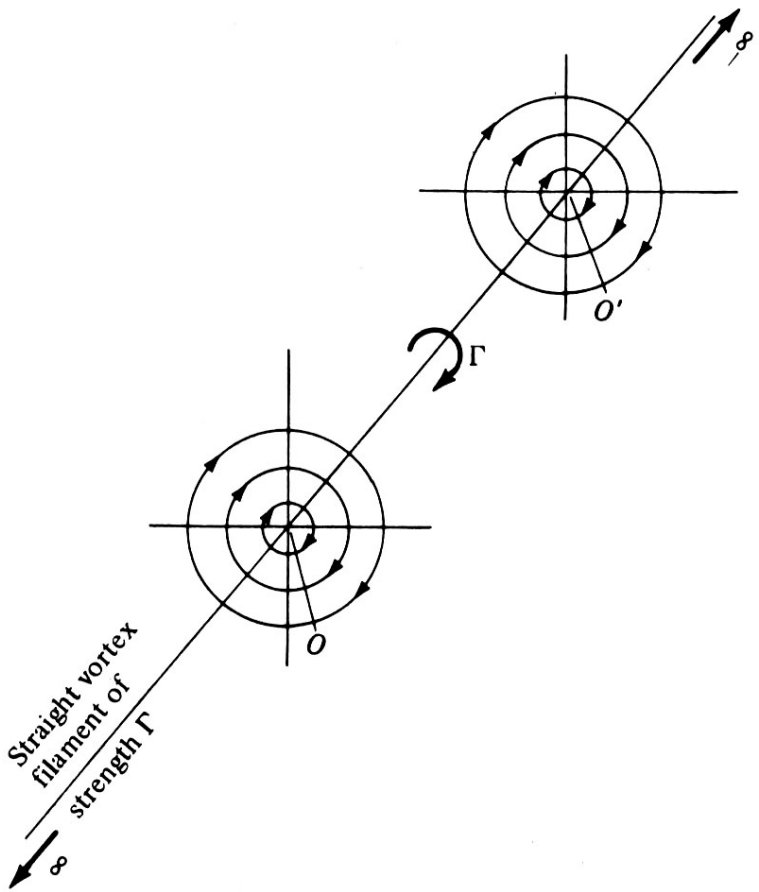
- Na figura abaixo são mostrados dados experimentais do C_d para o perfil NACA 2412 para dois Re diferentes.



- A origem deste arrasto é a fricção na superfície (arrasto de fricção) e a pressão devido à separação do escoamento (arrasto de forma).
- A soma destes dois componentes forma o arrasto parasita.
- O C_d é dependente do Re.
- Tanto a fricção como a separação são efeitos viscosos.
- O coeficiente de momento em torno do centro aerodinâmico $C_{m\text{ac}}$ é constante com a variação de α.

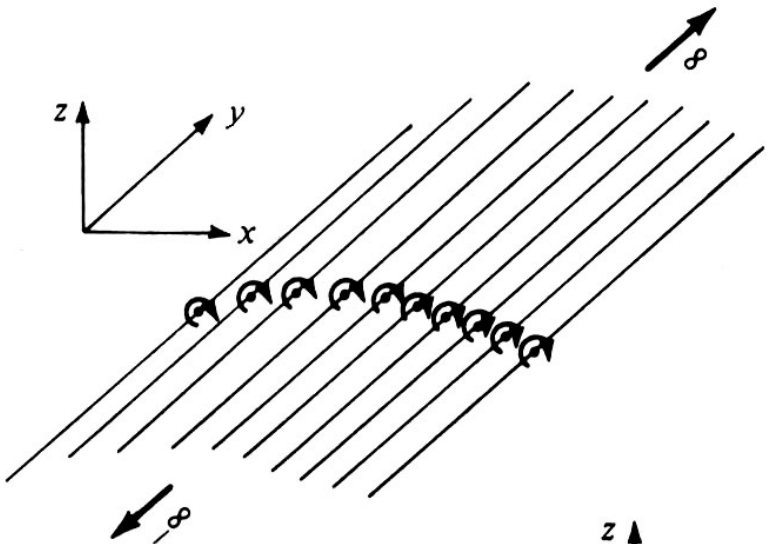
4.4. Folha de Vórtice

- A figura mostra uma linha de vórtice com intensidade Γ.

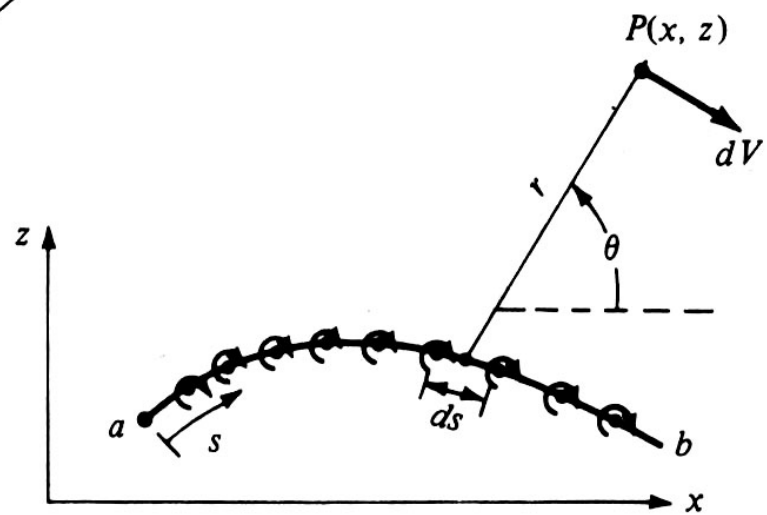


- O escoamento induzido em qualquer plano perpendicular à linha recta de vórtice, devido à própria linha, é idêntico ao induzido por um ponto de vórtice de intensidade Γ.
- Os escoamentos nos planos perpendiculares à linha de vórtice nos pontos *O* e *O*' são idênticos.

- Imagine-se, agora, uma infinidade de linhas de vórtice lado a lado em que a intensidade de cada linha é infinitesimamente pequena.
- Estas linhas de vórtice lado a lado formam uma folha de vórtice.



Vortex sheet in perspective



Edge view of sheet

- Define-se s como a distância medida ao longo da folha de vórtice.
- Define-se $\gamma = \gamma(s)$ como a intensidade da superfície de vórtice por unidade de comprimento ao longo de s.
- Então, a intensidade de uma porção da folha é γds.
- Esta pequena porção da folha de vórtice pode ser tratada como um vórtice distinto de intensidade γds.
- Considere-se um ponto $P(x,z)$ no escoamento a uma distância r de ds.
- A pequena porção da folha de vórtice com intensidade γds induz uma velocidade dV no ponto P.
- A direcção de dV é perpendicular a r:

$$dV = -\frac{\gamma ds}{2\pi r}$$

- A velocidade em *P*, induzida pela folha de vórtice completa, é a soma de *dV* desde *a* até *b*.
- *dV* muda de direcção no ponto *P* à medida que se soma de *a* até *b*.
- As velocidades induzidas em *P* por diferentes partes da folha de vórtice têm que ser somadas vectorialmente.
- Por esta razão, é conveniente usar o potencial de velocidade:

$$d\phi = -\frac{\gamma ds}{2\pi}\theta$$

- O potencial de velocidade devido à folha de vórtice deste *a* até *b* é:

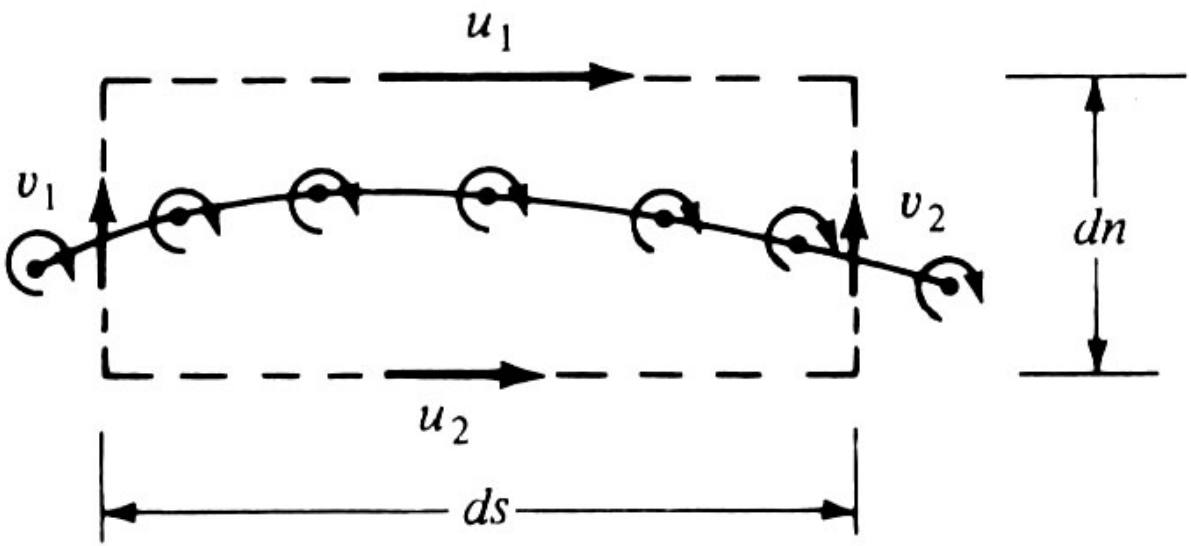
$$\phi(x,z) = -\frac{1}{2\pi}\int_a^b \theta\gamma ds$$

- A circulação em torno de um ponto de vórtice é igual à intensidade do vórtice.
- Da mesma forma, a circulação de uma folha de vórtice é a soma das intensidades dos vórtices elementares:

$$\Gamma = \int_a^b \gamma ds$$

- Numa folha de vórtice existe uma descontinuidade na componente de velocidade tangencial através da folha.
- A componente de velocidade normal mantém-se através da folha.
- Esta variação na velocidade tangencial através da folha está relacionada com a intensidade da folha de vórtice.

- Na figura abaixo está representada uma folha de vórtice.
- Considere-se o rectângulo que engloba uma secção da folha com comprimento *ds* e altura *dn*.
- As componentes de velocidade tangencial aos lados superior e inferior são u_1 e u_2, respectivamente.
- As componentes de velocidade tangencial aos lados esquerdo e direito são v_1 e v_2, respectivamente.



- Da definição de circulação tem-se:

$$\Gamma = -\left(v_2 dn - u_1 ds - v_1 dn + u_2 ds\right)$$

$$\Gamma = \left(u_1 - u_2\right)ds + \left(v_1 - v_2\right)dn$$

- Mas, uma vez que a intensidade da porção da folha de vórtice dentro do rectângulo é γds, então:

$$\Gamma = \gamma ds$$

- Logo

$$\gamma ds = \left(u_1 - u_2\right)ds + \left(v_1 - v_2\right)dn$$

- Se os lados superior e inferior do rectângulo aproximarem-se da folha de vórtice tem-se $dn \to 0$.

- No limite, u_1 e u_2 tornam-se as componentes de velocidade tangencial à folha de vórtice imediatamente acima e abaixo da folha, respectivamente.
- Assim

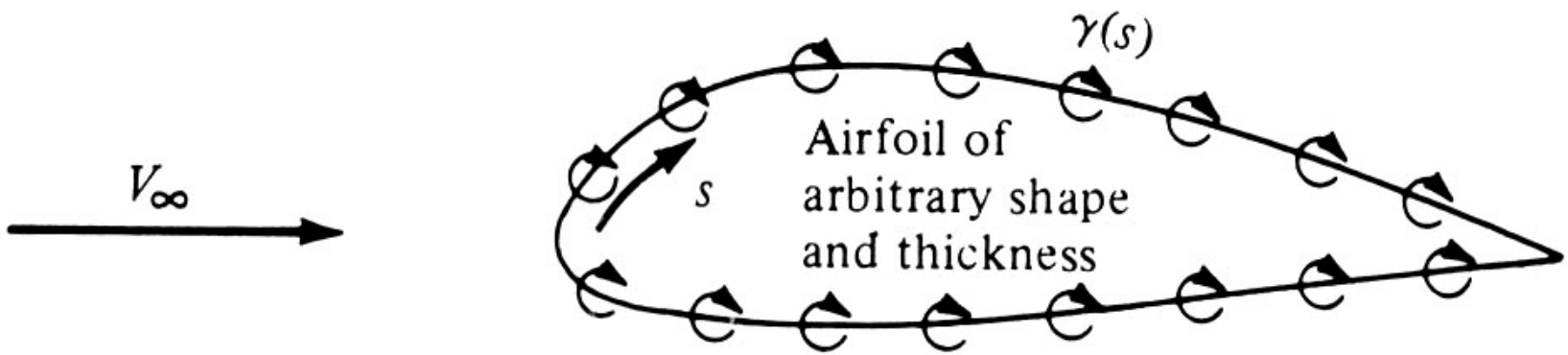
$$\gamma ds = (u_1 - u_2) ds$$

$$\gamma = u_1 - u_2$$

- Esta equação mostra que *o incremento local da velocidade tangencial através da folha de vórtice é igual à intensidade local da folha*.

Filosofia das Soluções para Escoamento em Perfis

- O conceito da folha de vórtice é fundamental para a análise das características de baixa velocidade de perfis alares.
- Considere-se o perfil de forma e espessura arbitrária num escoamento com velocidade V_{oo} da figura abaixo.



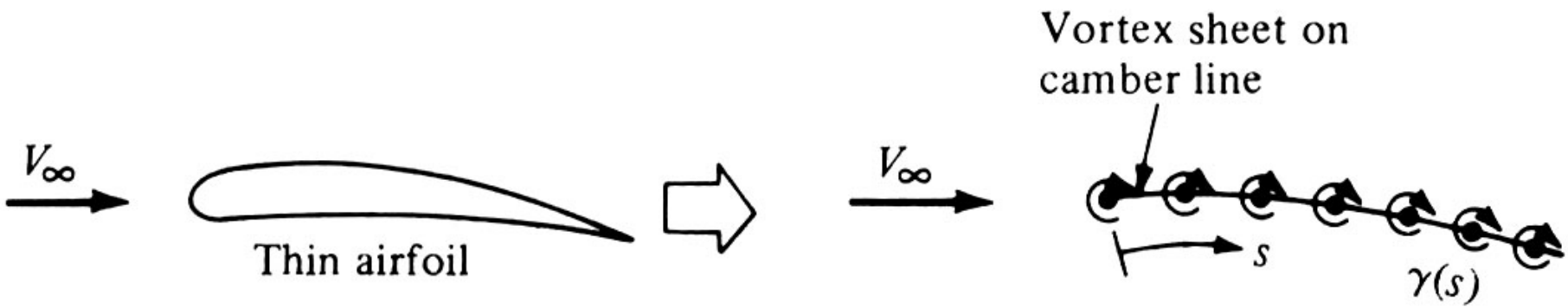
- Substitui-se a superfície do perfil por uma folha de vórtice de intensidade variável $\gamma(s)$.
- Calcula-se a variação de γ como função de s por forma a que o campo de velocidades induzida pela folha de vórtice quando adicioanda a V_{oo} torna a superfície uma linha de corrente do escoamento.
- A circulação em torno do perfil é dada por

$$\Gamma = \int \gamma ds$$

- O integral é calculado em torno da superfície completa do perfil.
- A sustentação resultante é dada pelo teorema de Kutta-Joukowski:

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

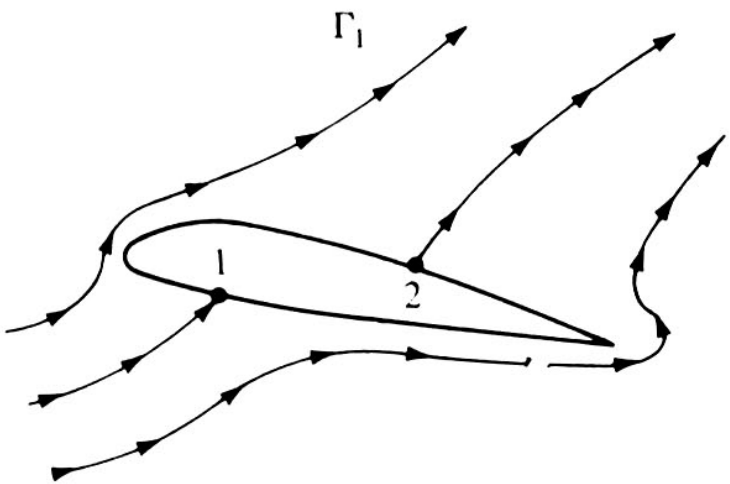
- Esta filosofia não é nova, mas como não existe uma solução analítica geral para $\gamma = \gamma(s)$ foi necessário esperar pelo aparecimnto dos computadores para obter uma solução numérica.
- Esta filosofia é a base para o método dos painéis.
- Imagine-se um perfil muito fino.

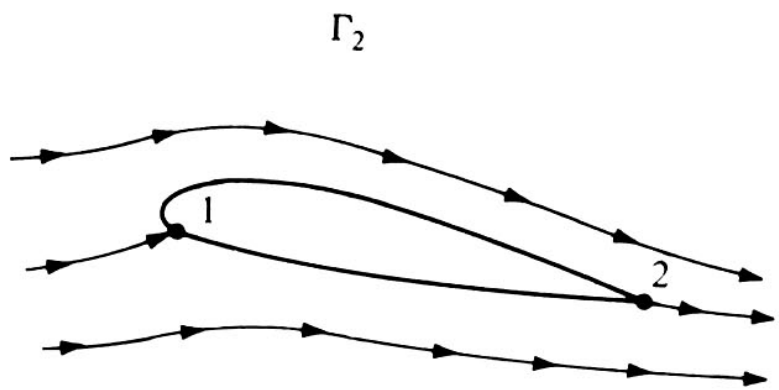


- Ao observar-se este perfil de uma grande distância o extradorso e o intradorso parecem coincidentes.
- Isto sugere que se aproxime o perfil por uma única folha de vórtice distribuída na sua linha de arqueamento.
- A intensidade da folha de vórtice $\gamma(s)$ é calculada de forma que, em combinação com o escoamento livre, a linha de arqueamento se torna uma linha de corrente.
- Apesar deste método ser aproximado, tem a vantagem de fornecer uma solução analítica.

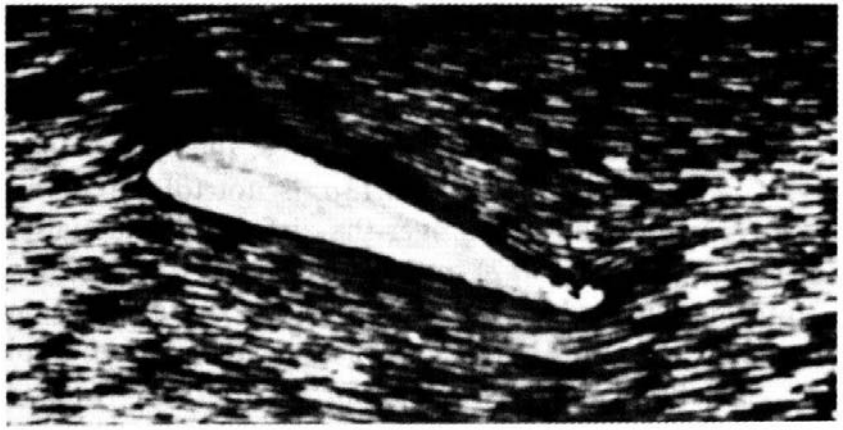
4.5. Condição de Kutta

- Em escoamnto potencial existem infinitas soluções teóricas que correspondem a infinitos valores de Γ para um dado perfil com uma dado ângulo de ataque.
- A figura mostra dois escoamentos diferentes em torno do mesmo perfil com o mesmo ângulo de ataque mas com diferentes intensidades de Γ.



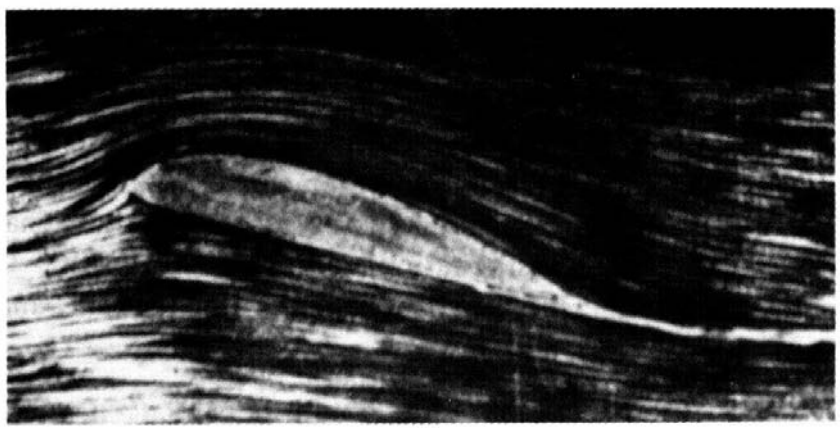


- Sabe-se da experiência que um dado perfil com um dado ângulo de ataque produz um valor único de sustentação.
- Então, apesar de haver uma infinidade de soluções possíveis, a natureza sabe escolher uma em particular.
- A filosofia apresentada anteriormente não está completa.
- É necessário uma condição adicional para fixar Γ para um dado perfil com um dado ângulo de ataque.
- Pode saber-se que condição é esta observando as seguintes imagens que mostram um perfil que é colocado em movimento a partir do repouso.



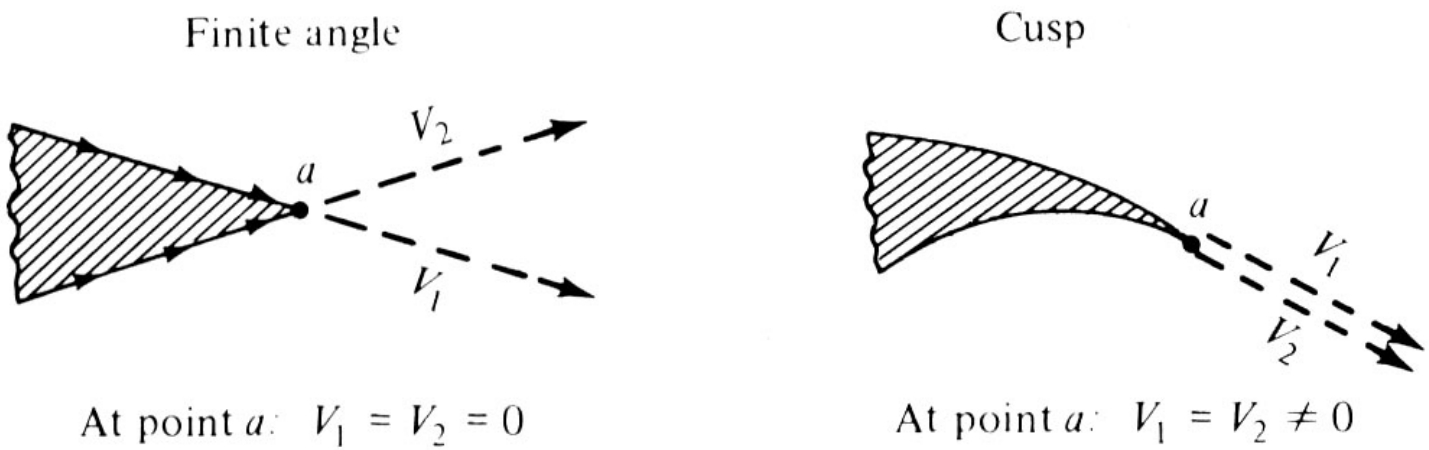
(*a*)

(*b*)



(*c*)

- Observando os dois conjuntos de figuras anteriores pode concluir-se que a circulação é tal que o escoamento deixa o bordo de fuga suavemente (Γ_2).
- Este facto foi observado pela primeira vez por M. Wilhelm Kutta em 1902 e tornou-se conhecido pela *condição de Kutta*.
- Para aplicar esta condição numa análise teórica é preciso considerar o escoamento no bordo de fuga.
- A figura abaixo mostra um bordo de fuga com ângulo finito e outro com ângulo nulo.



- V_1 e V_2 são as velocidades ao longo do extradorso e intradorso, respectivamente.
- V_1 é paralela ao extradorso no ponto *a* e V_2 é paralela ao intradorso no ponto *a*.
- Para o ângulo do bordo de fuga finito se as velocidades fossem finitas no ponto *a* ter-se-iam duas velocidades com duas direcções diferentes no mesmo ponto.
- Como esta situação é fisicamente impossível a única solução é as duas velocidades serem nulas nesse ponto.
- Para um bordo de fuga com ângulo finito o ponto *a* é um ponto de estagnação, $V_1 = V_2 = 0$.
- No caso do bordo de fuga com ângulo nulo as duas velocidades têm a mesma direcção no ponto *a* por isso V_1 e V_2 podem ser finitas.

- A pressão no ponto a, p_a, é única.
- Aplicando a equação de Bernoulli no extradorso e intradorso no ponto a tem-se

$$p_a + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_a + \frac{1}{2}\rho V_2^2$$

$$V_1 = V_2$$

- V_1 e V_2 neste caso têm o mesmo valor e a mesma direcção no bordo de fuga.
- Pode resumir-se a condição de Kutta da seguinte forma:
  - Para um dado perfil com um dado ângulo de ataque, o valor de Γ é tal que o escoamento deixa o bordo de fuga suavemente;
  - Se o ângulo do bordo de fuga for finito, então o bordo de fuga é um ponto de estagnação;
  - Se o ângulo do bordo de fuga for nulo, então as velocidades que deixam o extradorso e o intradorso têm a mesma magnitude e a mesma direcção.

- Voltando à filosofia do perfil com a folha de vórtice tem-se que a intensidade da folha de vórtice é variável e é $\gamma(s)$.
- No bordo de fuga tem-se

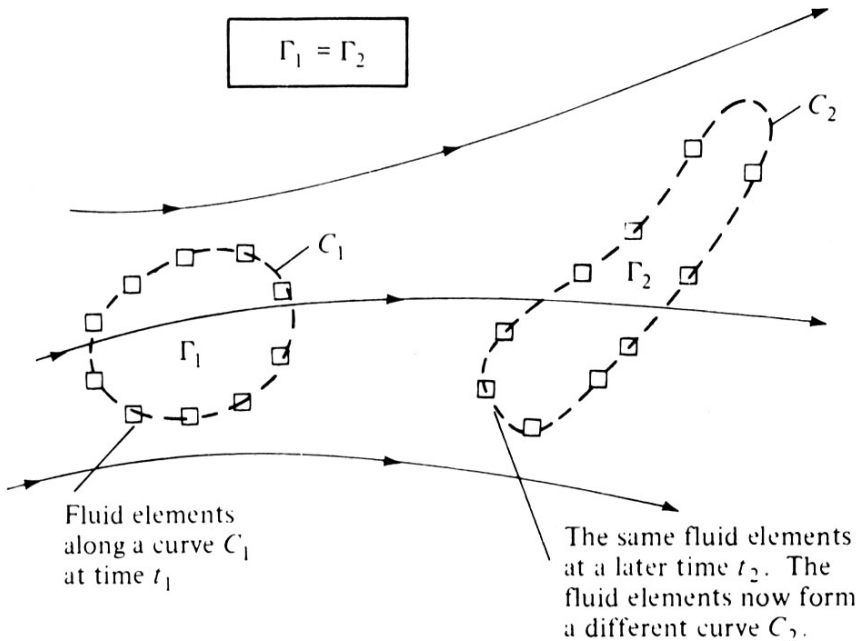
$$\gamma(\mathrm{TE}) = \gamma(a) = V_1 - V_2$$

- No entanto, para o ângulo finito, $V_1 = V_2 = 0$, logo $\gamma(\mathrm{TE}) = 0$.
- Para o ângulo nulo, $V_1 = V_2 \neq 0$, logo $\gamma(\mathrm{TE}) = 0$.
- Então, a condição de Kutta expressa em termos da intensidade da folha de vórtice é

$$\gamma(\mathrm{TE}) = 0$$

4.6. Teorema da Circulação de Kelvin e o Vórtice Inicial

- A condição de Kutta introduz uma dificuldade.
- Como é que a natureza gera a circulação adequada?
- É a circulação conservada no campo do escoamento?
- A figura abaixo representa um escoamento invíscido e incompressível arbitrário.



- No instante t_1 a circulação em torno da curva C_1 é

$$\Gamma_1 = -\int_{C_1} V \cdot ds$$

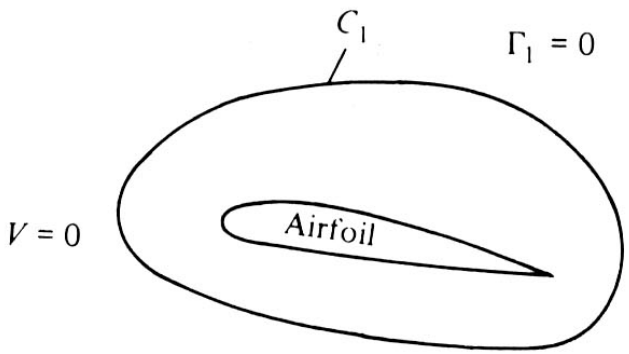
- No instante t_2 a circulação em torno da curva C_2 é

$$\Gamma_2 = -\int_{C_2} V \cdot ds$$

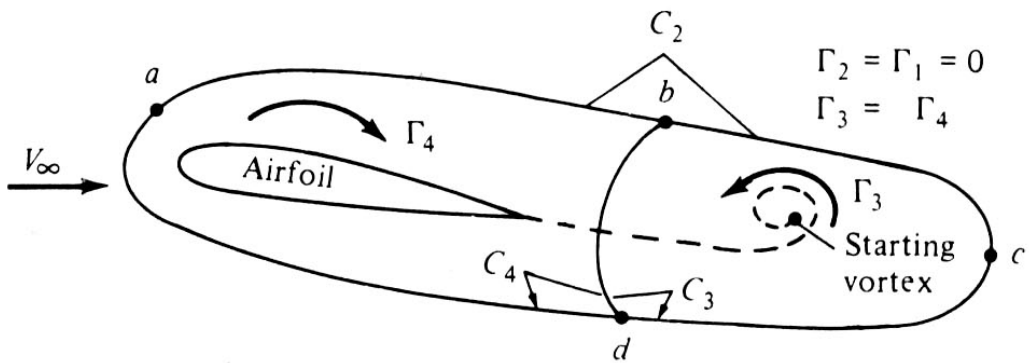
- Uma vez que estamos a seguir um conjunto específico de elementos do fluído, pode dizer-se que a circulação em torno de uma curva fechada mantém-se constante à medida que os elementos de fluído se movem no escoamento.
- Assim, a taxa de variação da circulação em torno de uma curva fechada consistindo dos mesmos elementos de fuído é zero:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0$$

- Esta equação e a respectiva discussão são o *teorema da circulação de Kelvin*.
- Uma consequência deste teorema é que uma superfície de corrente que é uma folha de vórtice num determinado instante de tempo mantém-se uma folha de vórtice sempre.
- Este teorema ajuda a explicar a formação de circulação em torno de um perfil.
- A figura abaixo mostra um perfil num fluído em repouso (a) e em movimento (b).



(*a*) Fluid at rest relative to the airfoil



(*b*) Picture some moments after the start of the flow

- Uma vez que $V = 0$ então a circulação em torno da curva C_1 é zero.
- Colocando o fluído em movimento, ele vai tender, inicialmente, a enrolar no bordo de fuga.
- Teoricamente a velocidade no bordo de fuga torna-se infinita, mas na prática ela tende para um valor muito elevado.
- Nos instantes iniciais do movimento forma-se esta região com grandes gradientes de velocidade, logo com grande vorticidade.
- Esta região está fixa num conjunto de elementos de fluído, pelo que se desloca para jusante à medida que o fluído se desloca.
- Esta folha de grande vorticidade é instável e torna-se semelhante a um ponto de vórtice.

- Este vórtice chama-se o *vórtice inicial*.
- Depois do escoamento atingir uma condição de permanência em torno do perfil em que o fluído deixa o bordo de fuga suavemente já não se gera vorticidade no bordo de fuga (condição de Kutta).
- O vórtice inicial já se formou e desloca-se para jusante indefinidamente.
- Da figura pode ver-se que os elementos de fluído deslocaram-se para jusante e formaram a curva C_2.
- Dividindo esta curva em duas partes C_3 e C_4, temos uma circulação Γ_4 em torno do perfil e uma circulação Γ_3 em torno do vórtice inicial.
- Assim, temos que

$$\Gamma_3 + \Gamma_4 = \Gamma_2$$

- Segundo o teorema da circulação de Kelvin $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$.
- Então

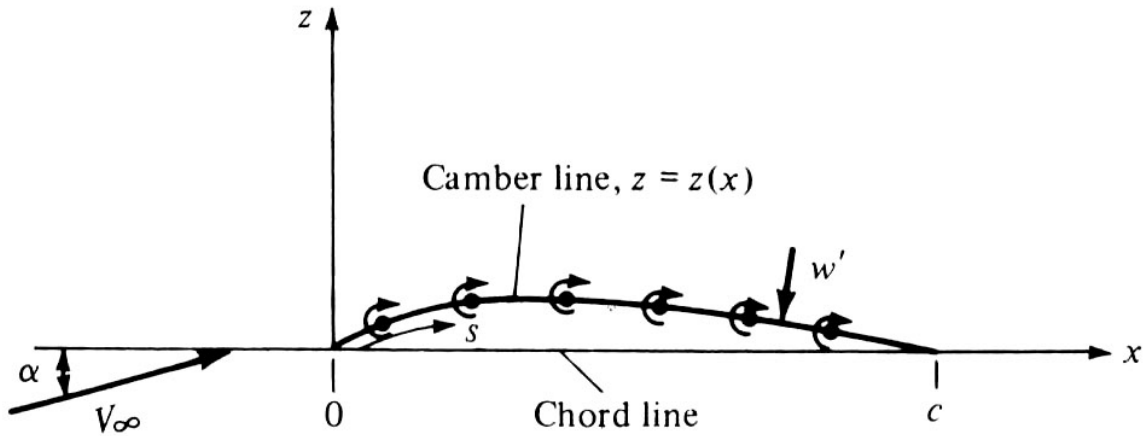
$$\Gamma_4 = -\Gamma_3$$

- *A circulação em torno de um perfil é igual e oposta à circulação em torno do vórtice inicial*.

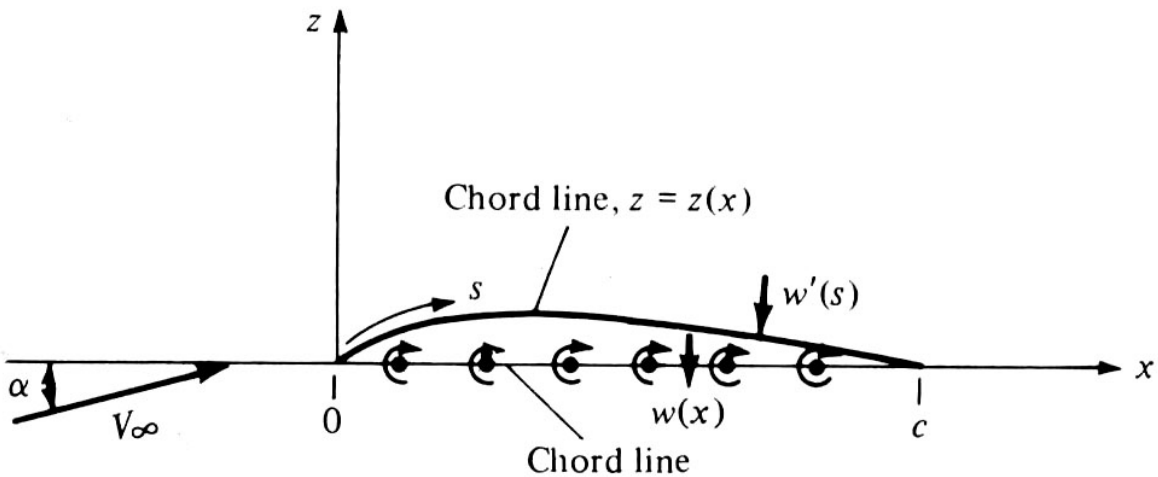
4.7. Teoria Clássica do Perfil Fino

- As equações necessárias para calcular a sustentação e o momento do perfil vão ser obtidas, aplicadas a perfis simétricos.
- Por enquanto vão estudar-se perfis finos.
- Neste caso, o perfil pode ser simulado como uma folha de vórtice colocada na linha de arqueamento.
- O objectivo é obter a variação de $\gamma(s)$ por forma que a linha de arqueamento se torne uma linha de corrente e que a condição de Kutta seja satisfeita no bordo de fuga.
- Sabendo $\gamma(s)$, a circulação total Γ é obtida integrando $\gamma(s)$ desde o bordo de ataque até ao bordo de fuga.
- No final a sustentação obtém-se do teorema de Kutta-Joukowski.

- A figura abaixo mostra uma folha de vórtice na linha de arqueamento do perfil.



(*a*) Vortex sheet on the camber line



(*b*) Vortex sheet on the chord line

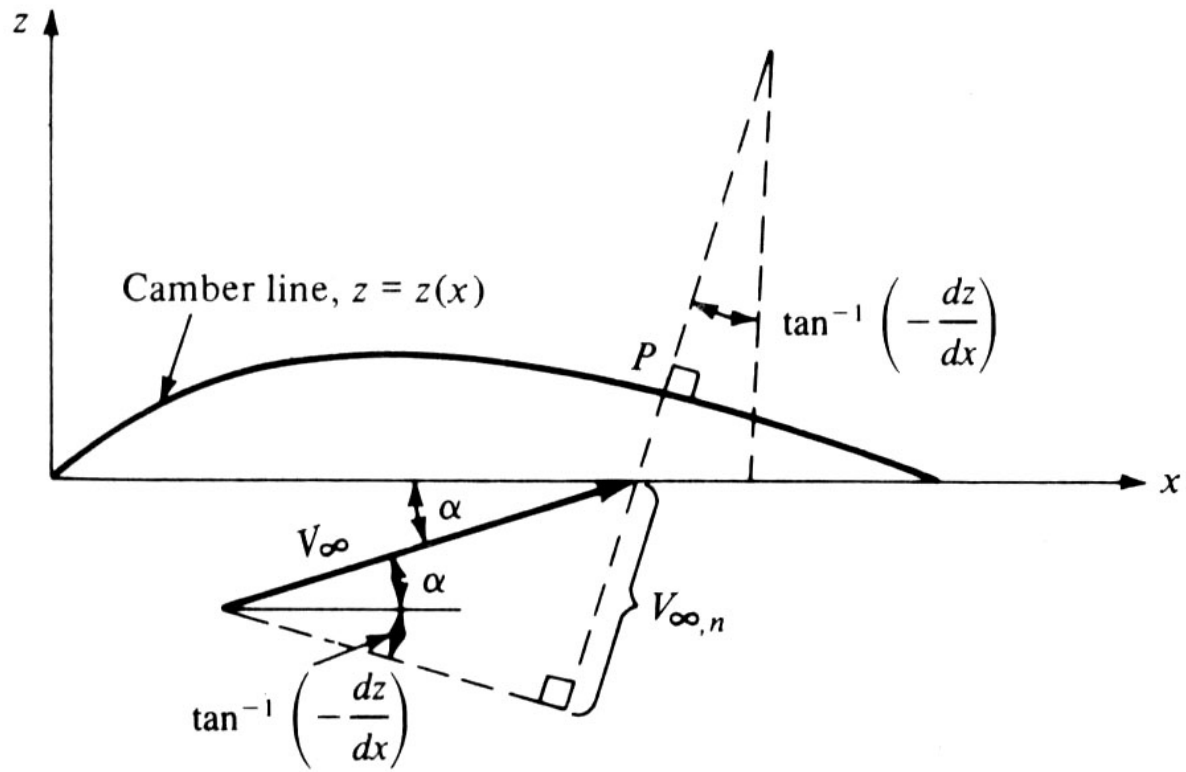
- A velocidade do escoamento livre é V_{oo} e o ângulo de ataque do perfil é α.
- A distância ao longo da linha de arqueamento é s e a linha de arqueamento é dada por $z = z(x)$.
- A componente da velocidade normal à linha de arqueamento é $w' = w'(s)$.
- Já se tinha visto que, para um perfil fino visto à distância, o perfil podia ser aproximado a uma folha de vórtice no arqueamento.
- Indo mais longe, se o perfil é fino, a linha de arqueamento é próxima da linha de corda e à distância ambas parecem coincidentes.
- Pode, então, colocar-se a folha de vórtice na linha de corda, $\gamma = \gamma(x)$.

- A intensidade da folha de vórtice é, no entanto, calculada para que a linha de arqueamento seja uma linha de corrente.
- Para que a linha de arqueamento seja uma linha de corrente, a componente da velocidade normal ao arqueamento tem que ser nula em todos os pontos.
- A velocidade em qualquer ponto do escoamento é a soma da velocidade do escoamento livre mais a velocidade induzida pela folha de vórtice.
- Se $V_{\infty n}$ for a componente da velocidade do escoamento livre normal à linha de corda, então

$$V_{\infty n} + w'(s) = 0$$

- Da figura abaixo pode obter-se a componente normal do escoamento livre.
- Em qualquer ponto *P* na linha de arqueamento, onde o declive do arqueamento é *dz*/*dx*, tem-se

$$V_{\infty n} = V_{\infty}\,\mathrm{sen}\left[\alpha + \mathrm{tg}^{-1}\left(-\frac{dz}{dx}\right)\right]$$



- Para um perfil fino com ângulo de ataque pequeno, tanto α como $\mathrm{tg}^{-1}(-dz/dx)$ são valores pequenos.
- Usando a aproximação $\mathrm{sen}\,\theta \approx \mathrm{tg}\,\theta \approx \theta$ para θ pequeno, então

$$V_{\infty n} = V_{\infty}\left(\alpha - \frac{dz}{dx}\right)$$

- Voltando à figura inicial, $w(x)$ é a componente de velocidade normal à linha de corda induzida pela folha de vórtice.
- Pode, para perfis finos, fazer-se a seguinte aproximação

$$w'(s) \approx w(x)$$

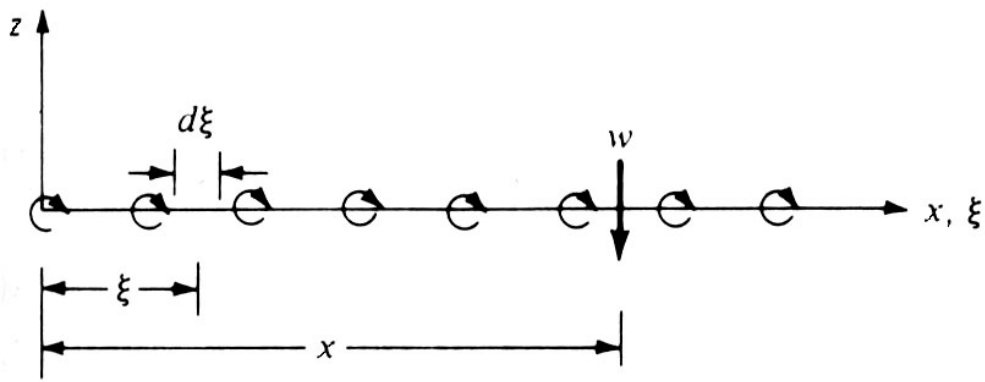
- É necessário, agora, obter uma expressão para $w(x)$.

- A figura abaixo representa uma folha de vórtice na linha de corda.
- A velocidade *dw* no ponto *x* induzida pelo vórtice elementar $\gamma d\xi$ no ponto ξ é dado por

$$dw = -\frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)}$$

- Assim, a velocidade *w*(*x*) induzida por todos os vórtices elementares ao longo da corda é obtida integrando *dw* desde $\xi = 0$ até $\xi = c$

$$w(x) = -\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)}$$



- Então tem-se

$$V_\infty\left(\alpha-\frac{dz}{dx}\right)-\int_0^c\frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)}=0$$

- Esta equação é a *equação fundamental da teoria do perfil fino*.

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^c\frac{\gamma(\xi)d\xi}{x-\xi}=V_\infty\left(\alpha-\frac{dz}{dx}\right)$$

- Ela diz, simplesmente, que a linha de arqueamento é uma linha de corrente do escoamento.
- Nesta expressão todos os valores são conhecidos excepto $\gamma(\xi)$.

Perfil Simétrico

- O arqueamento é coincidente com a corda num perfil simétrico.
- Então $dz/dx = 0$ e a expressão anterior fica

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{x-\xi} = V_\infty \alpha$$

- Pode concluir-se que, na teoria do perfil fino, o perfil simétrico é tratado como uma placa plana uma vez que a distribuição de espessura não é tida em consideração.
- A equação acima é a solução exacta do escoamento invíscido e incompressível sobre uma placa plana com um dado ângulo de ataque.

- Por forma a resolver o integral transforma-se ξ em θ com a seguinte transformação

$$\xi = \frac{c}{2}(1-\cos\theta)$$

- Como *x* é um ponto fixo na equação anterior pode escrever-se

$$x = \frac{c}{2}(1-\cos\theta_0)$$

- Derivando ξ

$$d\xi = \frac{c}{2}\operatorname{sen}\theta d\theta$$

- Sabendo que os novos limites de integração são $\theta = 0$ no bordo de ataque ($\xi = 0$) e $\theta = \pi$ no bordo de fuga ($\xi = c$), obtém-se

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\gamma(\theta)\operatorname{sen}\theta d\theta}{\cos\theta-\cos\theta_0}=V_\infty\alpha$$

- A solução deste integral é, usando a teoria matemática das equações integrais,

$$\gamma(\theta)=2\alpha V_\infty\frac{1+\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}$$

- No bordo de fuga, com $\theta=\pi$, tem-se

$$\gamma(\pi)=2\alpha V_\infty\frac{0}{0}$$

- Esta forma é indeterminada, mas usando a regra de L'Hopital

$$\gamma(\pi)=2\alpha V_\infty\frac{-\operatorname{sen}\pi}{\cos\pi}=0$$

- Logo a condição de Kutta é satisfeita.

- Agora, pode calcular-se o coeficiente de sustentação para um perfil fino e simétrico.
- A circulação total em torno do perfil é

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi) d\xi$$

- Ou

$$\Gamma = \frac{c}{2} \int_0^\pi \gamma(\theta) \operatorname{sen}\theta d\theta$$

- Substituindo a expressão da intensidade da folha de vórtice nesta expressão obtém-se

$$\Gamma = \alpha c V_\infty \int_0^\pi (1 + \cos\theta) d\theta = \pi \alpha c V_\infty$$

- Usando o teorema de Kutta-Joukowski a sustentação por unidade de envergadura é

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma = \pi \alpha c \rho_\infty V_\infty^2$$

- O coeficiente de sustentação é

$$C_l = \frac{L'}{q_\infty S} = \frac{\pi \alpha c \rho_\infty V_\infty^2}{1/2 \, \rho_\infty V_\infty^2 c(1)}$$

- Logo

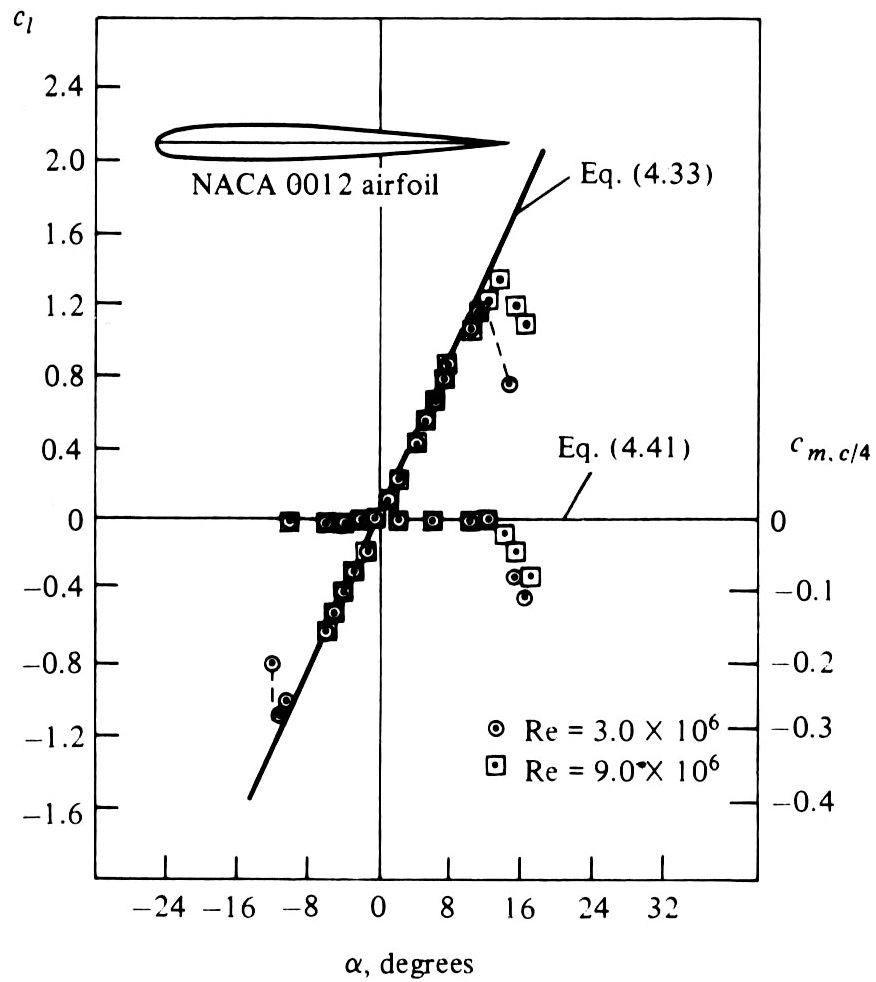
$$C_l = 2\pi\alpha$$

- E

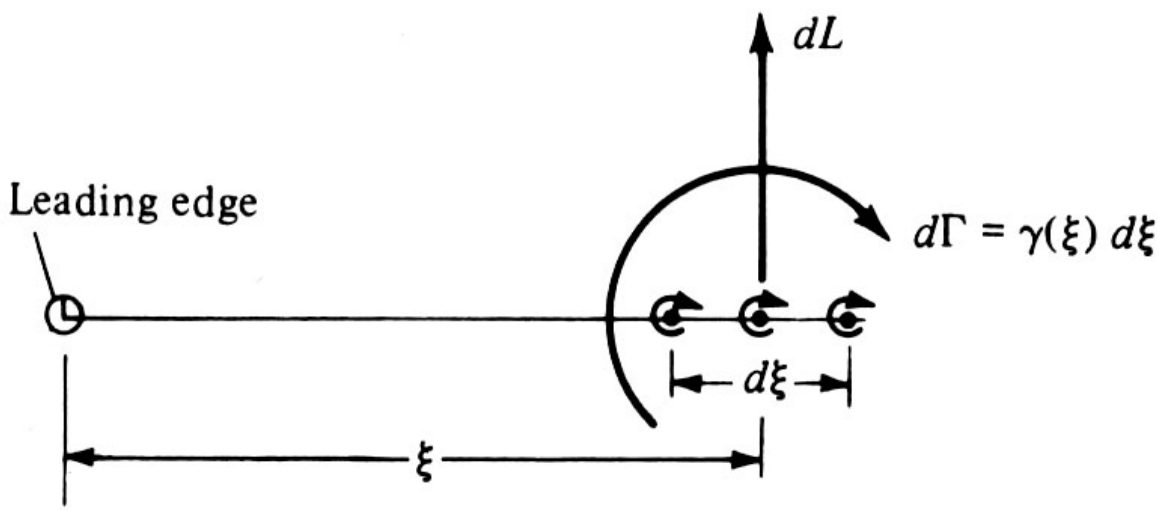
$$a_0 = 2\pi$$

- Estes dois resultados são importantes.
- O coeficiente de sustentação é directamente proporcional ao ângulo de ataque e o seu declive é 2π rad^{-1}.

- A figura abaixo mostra dados experimentais do perfil NACA 0012.
- O declive de sustentação é próximo de 2π numa gama grande de ângulos de ataque.



- O momento em torno do bordo de ataque também pode ser calculado.
- A figura abaixo mostra um vórtice elementar de intensidade $\gamma(\xi)$ localizado a uma distância ξ do bordo de ataque.
- A circulação associada a este vórtice elementar é $d\Gamma = \gamma(\xi)d\xi$.
- O incremento de sustentação devido a cada vórtice elementar é $dL = \rho_{oo} V_{oo} d\Gamma$.



- Este incremento de sustentação cria um momento em torno do bordo de ataque $dM = -\xi dL$.
- O momento total em torno do bordo de ataque devido à folha de vórtice completa é

$$M'_{LE} = -\int_0^c \xi dL = -\rho_\infty V_\infty \int_0^c \xi \gamma(\xi) d\xi$$

- Transformando ξ em θ, usando a transformação anterior, e integrando obtém-se

$$M'_{LE} - q_\infty c^2 \frac{\pi\alpha}{2}$$

- O coeficiente de momento é

$$C_{mLE} = \frac{M'_{LE}}{q_\infty Sc} = \frac{M'_{LE}}{q_\infty c^2} = -\frac{\pi\alpha}{2}$$

- Mas da equação do coeficiente de sustentação $\pi\alpha = C_l/2$, logo

$$C_{mLE} = -\frac{C_l}{4}$$

- Sabendo que o momento em torno do quarto da corda é

$$C_{mc/4} = C_{mLE} + \frac{C_l}{4}$$

- Conclui-se que

$$C_{mc/4} = 0$$

- O centro de pressão é o ponto em torno do qual o momento é zero.
- Esta equação mostra o resultado teórico que o centro de pressão está a um quarto da corda num perfil simétrico.

- Por definição o ponto onde o momento é independente do ângulo de ataque chama-se centro aerodinâmico.
- Para um perfil simétrico, o resultado teórico mostra que, o ponto a um quarto da corda é simultaneamente o centro de pressão e o centro aerodinâmico.
- O gráfico anterior mostra que $C_{mc/4} = 0$ e constante numa grande gama de α, apoiando a teoria.
- Resumindo:
  - $C_l = 2\pi\alpha$;
  - $a_0 = 2\pi$;
  - O centro de pressão e o centro aerodinâmico estão a um quarto da corda.

4.8. Perfil Arqueado

- A teoria do perfil fino aplicada a um perfil arqueado é uma generalização do método do perfil simétrico apresentado anteriormente.
- Assim, considera-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{x-\xi} = V_\infty\left(\alpha - \frac{dz}{dx}\right)$$

- Para um perfil arqueado dz/dx é finito.
- Utilizando a transformação de variável anterior tem-se

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi \frac{\gamma(\theta)\operatorname{sen}\theta d\theta}{\cos\theta - \cos\theta_0} = V_\infty\left(\alpha - \frac{dz}{dx}\right)$$

- É necessário obter $\gamma(\theta)$ sujeito à condição de Kutta, $\gamma(\pi)=0$.

- Esta solução vai tornar a linha de arqueamento uma linha de corrente do escoamento.
- Procedendo à derivação dessa solução obtém-se

$$\gamma(\theta) = 2V_\infty \left(A_0 \frac{1+\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen} n\theta \right)$$

- Esta solução consiste num termo muito parecido com a expressão para o perfil simétrico mais uma série de Fourier com seno e coefficientes A_n.
- Os valores de A_n dependem da forma da linha de arqueamento, dz/dx, e A_0 depende de dz/dx e de α, como se vai ver.
- Os coeficientes A_0 e A_n (n = 1, 2, 3, ...) têm que ser valores específicos para que a linha de arqueamento seja uma linha de corrente.

- Para obter estes valores específicos usam-se as duas equações anteriores, obtendo

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{A_0(1-\cos\theta)d\theta}{\cos\theta-\cos\theta_0}+\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{\pi}\frac{A_n\operatorname{sen}n\theta\operatorname{sen}\theta d\theta}{\cos\theta-\cos\theta_0}=\alpha-\frac{dz}{dx}$$

- O primeiro integral pode ser resolvido pela relação padrão

$$\int_0^{\pi}\frac{\cos n\theta d\theta}{\cos\theta-\cos\theta_0}\equiv\frac{\pi\operatorname{sen}n\theta_0}{\operatorname{sen}\theta_0}$$

- Os integrais restantes podem ser obtidos pela relação padrão

$$\int_0^{\pi}\frac{\operatorname{sen}n\theta\operatorname{sen}\theta d\theta}{\cos\theta-\cos\theta_0}\equiv-\pi\cos n\theta_0$$

- Assim, usando estas duas relações, a equação de cima fica

$$A_0-\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos n\theta_0=\alpha-\frac{dz}{dx}$$

- Ou

$$\frac{dz}{dx} = (\alpha - A_0) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta_0$$

- Nesta equação dz/dx e θ_0 correspondem ao mesmo ponto x na linha de corda.
- Esta equação tem a forma de uma série de Fourier com coseno para a função dz/dx.
- Em geral, a representação de uma função $f(\theta)$ com uma série de Fourier com coseno, no intervalo $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$, é dada por

$$f(\theta) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos n\theta$$

- Os coeficientes B_0 e B_n são obtidos da análise de Fourier

$$B_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(\theta)d\theta$$

$$B_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(\theta)\cos n\theta d\theta$$

- Comparando as duas equações anteriores, com $f(\theta) = dz/dx$, obtem-se

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} d\theta_0$$

$$A_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}\cos n\theta_0 d\theta_0$$

- Convém lembrar que dz/dx é uma função de θ_0, onde $x = (c/2)(1\text{-}\cos\theta_0)$.
- Se $dz/dx = 0$ a equação para $\gamma(\theta)$ reduz para a equação do perfil simétrico.
- O perfil simétrico é, então, um caso particular do perfil arqueado.

- Pode, agora, obter-se expressões para os coeficientes aerodinâmicos dum perfil arqueado.
- A circulação total devido à folha de vórtice completa, desde o bordo de ataque até ao bordo de fuga, é

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi) d\xi = \frac{c}{2} \int_0^\pi \gamma(\theta) \operatorname{sen}\theta d\theta$$

- Substituindo nesta equação a expressão para g(q) obtém-se

$$\Gamma = c V_\infty \left[A_0 \int_0^\pi (1 + \cos\theta) d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^\pi \operatorname{sen} n\theta \operatorname{sen}\theta d\theta \right]$$

- Sabendo que

$$\int_0^\pi (1 + \cos\theta) d\theta = \pi$$

$$\int_0^\pi \operatorname{sen} n\theta \operatorname{sen}\theta d\theta = \begin{cases} \pi/2 & \text{para} \quad n = 1 \\ 0 & \text{para} \quad n \neq 1 \end{cases}$$

- Então

$$\Gamma = cV_\infty\left(\pi A_0 + \frac{\pi}{2}A_1\right)$$

- A sustentação por unidade de envergadura é

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma = \rho_\infty V_\infty^2 c\left(\pi A_0 + \frac{\pi}{2}A_1\right)$$

- Por sua vez o coeficiente de sustentação é

$$C_l = \frac{L'}{1/2\,\rho_\infty V_\infty^2 c(1)} = \pi(2A_0 + A_1)$$

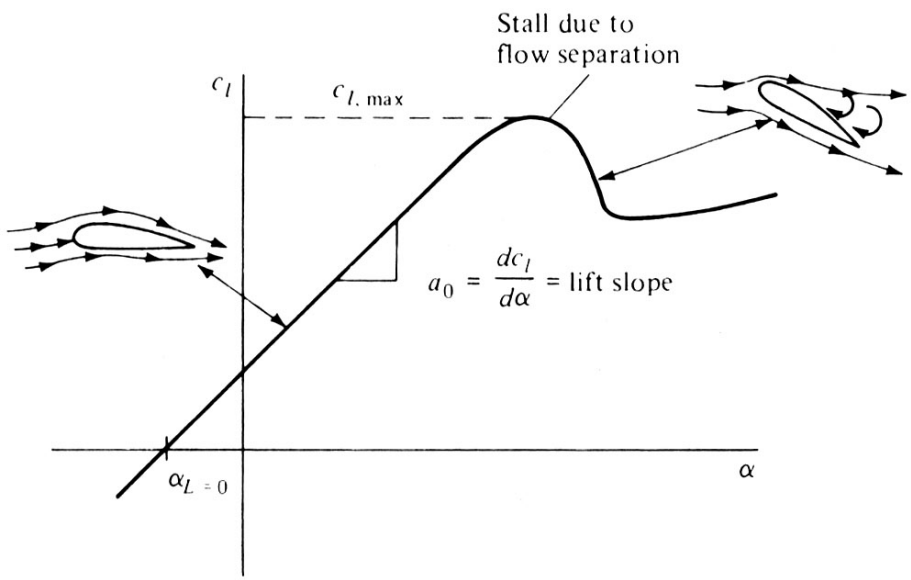
- Lembrando os valores de A_0 e A_1 tem-se, finalmente,

$$C_l = 2\pi\left[\alpha + \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\cos\theta_0 - 1)d\theta\right]$$

$$a_0 = 2\pi$$

- Estas equações são importantes.
- Da teoria do perfil fino conclui-se que o declive de sustentação é 2π, para qualquer forma de perfil.
- No entanto, o coeficiente de sustentação é diferente para um perfil simétrico ou para um perfil arqueado.
- A diferença está no integral da equação do C_l.
- Da figura abaixo pode ver-se que

$$C_l = a_0(\alpha - \alpha_0)$$



- Ou

$$C_l = 2\pi(\alpha - \alpha_0)$$

- Comparando esta equação com a equação do coeficiente de sustentação do perfil fino arqueado vê-se que o integral é o negativo do ângulo de sustentação nula

$$\alpha_0 = -\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}(\cos\theta_0 - 1)d\theta$$

- A teoria do perfil fino permite estimar o ângulo de sustentação nula.
- Pode ver-se que, para um perfil simétrico, $\alpha_0 = 0$.
- Também se observa que quanto mais arqueado for o perfil mais negativo será o ângulo de sustentação nula.

- O momento em torno do bordo de ataque pode ser calculado substituindo $\gamma(\theta)$ na equação

$$M'_{LE} = -\rho_\infty V_\infty \int_0^c \xi\gamma(\xi)d\xi = -\frac{1}{4}\rho_\infty V_\infty c^2 \int_0^\pi (1-\cos\theta)\operatorname{sen}\theta\gamma(\theta)d\theta$$

- O resultado para o coeficiente de momento é

$$C_{mLE} = -\frac{\pi}{2}\left(A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2}\right)$$

- Sabendo que $A_0 = C_l/(2\pi)$-$A_1/2$, tem-se

$$C_{mLE} = -\left[\frac{C_l}{4} + \frac{\pi}{4}(A_1 - A_2)\right]$$

- O momento em torno do quarto da corda é

$$C_{mc/4} = C_{mLE} + \frac{C_l}{4} = \frac{\pi}{4}(A_2 - A_1)$$

- Ao contrário do perfil simétrico o coeficiente de momento em torno do quarto da corda não é nulo.
- Logo, o quarto da corda não é o centro de pressão num perfil arqueado.
- Por outro lado, A_1 e A_2, dependem apenas na forma do arqueamento.
- Então, $C_{mc/4}$ é independente do ângulo de ataque.
- Isto quer dizer que o ponto a quarto da corda é a posição teórica do centro aerodinâmico dum perfil arqueado.
- A posição do centro de pressão é dado por

$$x_{cp} = -\frac{M'_{LE}}{L'} = -\frac{C_{mLE}c}{C_l}$$

- Ou seja,

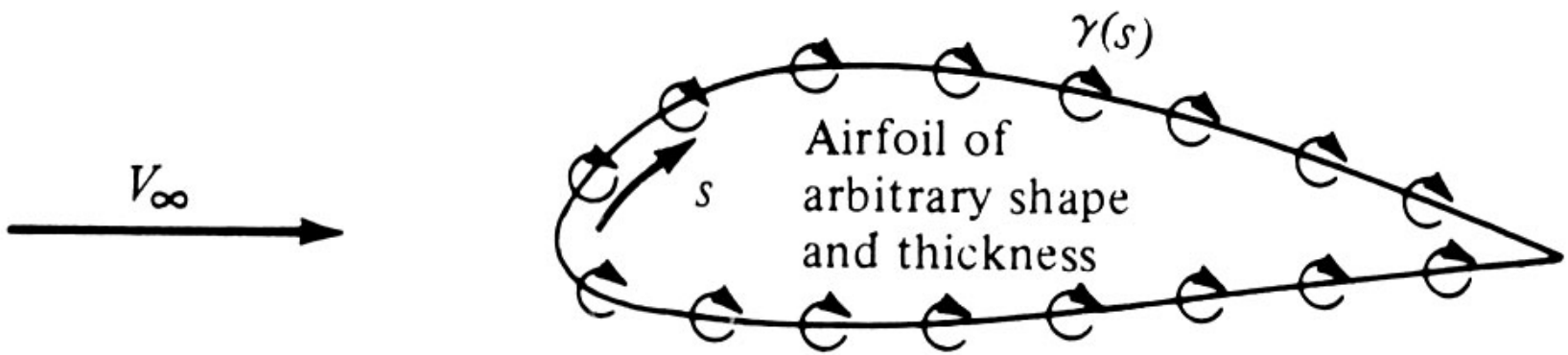
$$x_{cp} = \frac{c}{4}\left[1 + \frac{\pi}{C_l}(A_1 - A_2)\right]$$

- Esta equação mostra que a posição do centro de pressão, num perfil arqueado, varia com o coeficiente de sustentação.
- Assim, à medida que o ângulo de ataque varia também a posição do centro de pressão varia.
- Pode ver-se que à medida que C_l tende para zero x_{cp} tende para infinito.
- Por esta razão o centro de pressão não é um ponto conveniente para aplicar o sistema de forças.
- É preferível usar o centro aerodinâmico.

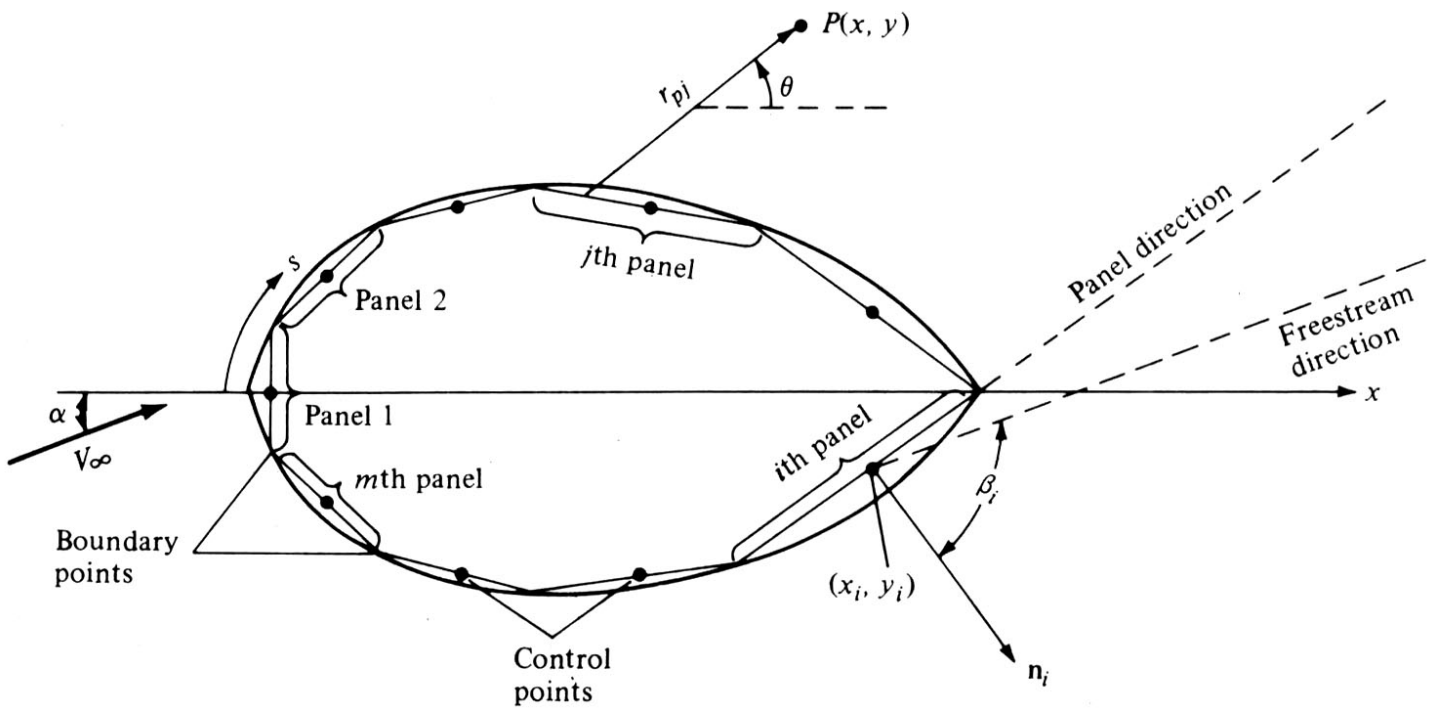
4.9. Método dos Painéis de Vórtice

- A teoria do perfil fino, como o nome indica, só é aplicável a perfis finos com ângulos de ataque pequenos.
- A vantagem da teoria do perfil fino é a a existência de uma solução analítica para os coeficientes aerodinâmicos.
- Por outro lado, os resultados comparam bem com dados experimentais de perfis com espessuras relativas até 12 %.
- No entanto, os perfis de muitos aviões de baixa velocidade têm espessuras superiores.
- Também existe interesse em ângulos de ataque elevados, tal como os encontrados na descolagem e aterragem.
- Para além de perfis também também é necessário estudar outros corpos que gerem sustentação.

- Nesta secção é apresentado um método que permite calcular as características aerodinâmicas de corpos com forma, espessura e orientação arbitrária.
- Este método é o método dos painéis de vórtice, que é um método numérico em uso desde o início da década de 1970.
- A superfície do corpo é susbstituída por um folha de vórtice por forma que aquela seja uma linha de corrente do escoamento.



- Agora a folha de vórtice é substituída por uma série de painéis rectos, como mostra a figura abaixo.
- A intensidade do vórtice por unidade de comprimento $\gamma(s)$ é constante ao longo dum dado painel, mas varia de painel para painel.
- Para os n painéis, a intensidade dos painéis de vórtice por unidade de comprimento são $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_j, ..., \gamma_n$.



- Estas intensidade têm um valor tal que a superfície do perfil é uma linha de corrente e a condição de Kutta é satisfeita no bordo de ataque.
- O ponto médio de cada painel é o ponto de controlo onde a condição de fronteira é imposta (a componente normal da velocidade é nula).
- P é um ponto no escoamento nas coordenadas (x,y) e r_{pj} é a distância de qualquer ponto no painel j até P.
- O raio r_{pj} forma o ângulo θ_{pj} em relação ao eixo x.
- O potencial de velocidade induzido em P devido ao painel j, $\Delta\phi_j$, é

$$\Delta\phi_j = -\frac{1}{2\pi}\int_j \theta_{pj}\gamma_j ds_j$$

- Nesta equação γ_j é constante em todo o painel j e o integral é calculado apenas para o painel j.

- O ângulo θ_{pj} é dado por

$$\theta_{pj} = \tan^{-1} \frac{y - y_j}{x - x_j}$$

- O potencial de velocidade induzido em P devido a todos os painéis é

$$\phi(P) = \sum_{j=1}^{n} \phi_j = -\sum_{j=1}^{n} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \theta_{pj} ds_j$$

- Uma vez que o ponto *P* é um ponto arbitrário no escoamento pode colocar-se *P* no ponto de controlo do painel *j*.
- As coordenadas deste ponto são (x_i, y_i) e as equações acima ficam

$$\theta_{ij} = \tan^{-1} \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}$$

$$\phi(x_i, y_i) = -\sum_{j=1}^{n} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \theta_{ij} ds_j$$

- Esta equação representa, fisicamente, a contribuição de todos os painéis para o potencial de velocidade no ponto de controlo do painel *i*.
- Nos pontos de controlo a componente de velocidade normal é nula.
- Esta velocidade é a soma da velocidade uniforme do escoamento com a velocidade induzida por todos os painéis de vórtice.
- A componente normal de V_{oo} no painel *i* é

$$V_{\infty n} = V_{\infty} \cos \beta_i$$

- A componente de velocidade normal induzida em (x_i,y_i) pelos painéis de vórtice é

$$V_n = \frac{\partial}{\partial n_i}[\phi(x_i, y_i)]$$

- Combinando a equação de ϕ com a de V_n obtém-se

$$V_n = -\sum_{j=1}^{n} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_i} ds_j$$

- A condição de fronteira no ponto de controlo *i* é

$$V_{\infty n} + V_n = 0$$

- O que resulta em

$$V_\infty \cos\beta_i - \sum_{j=1}^{n} \frac{\gamma_j}{2\pi} \int_j \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial n_i} ds_j = 0$$

- Esta équação é o pilar do método dos painéis de vórtice.

- Os valores dentro do integral dependem apenas da geometria do painel, pelo que se pode fazer a seguinte simplificação

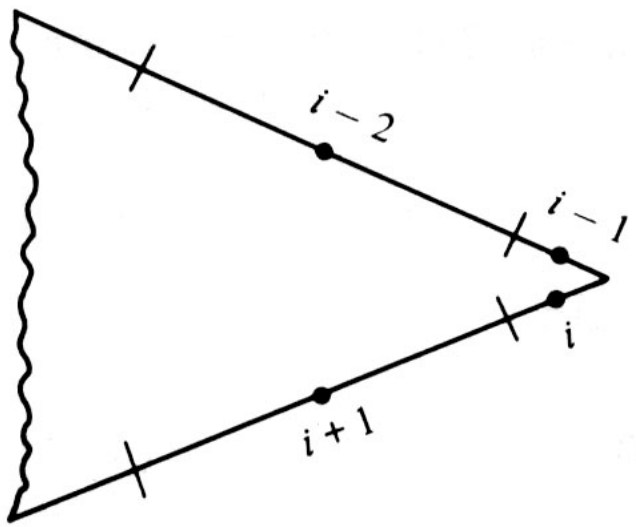
$$V_\infty \cos\beta_i - \sum_{j=1}^{n} \frac{\gamma_j}{2\pi} J_{i,j} = 0$$

- Esta equação representa um sistema de equações lineares com n incógnitas, γ_1, γ_2, ..., γ_n.
- Ela representa a condição de fronteira no ponto de controlo i.
- Aplicando esta equação aos pontos de controlo de todos os painéis, obtém-se um sistema linear de n equações em n incógnitas.
- É necessário, agora, aplicar a condição de Kutta.

- A figura abaixo mostra um detalhe da distribuição de painéis de vórtice no bordo de fuga.
- As dimensões dos painéis podem ser diferentes.
- Considerando os painéis *i* e *i*-1 muito pequenos a condição de Kutta é aplicada com γ(TE) = 0, ou seja

$$\gamma_i = -\gamma_{i-1}$$

- As intensidades dos dois painéis cancelam-se onde estes se tocam: no bordo de fuga.

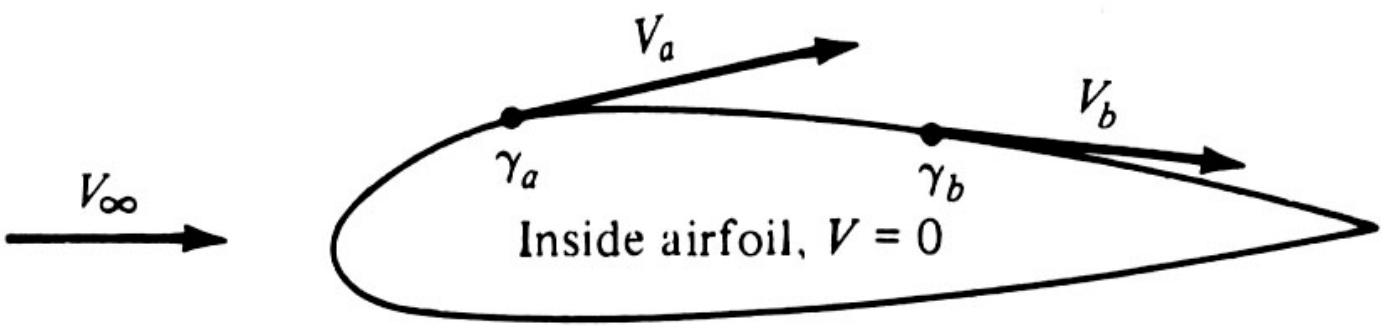


- Agora tem-se um sistema de equações sobredeterminado: n+1 equações em n incógnitas.
- Para se obter um sistema determinado, a equação das condições de fronteira não é calculada num ponto de controlo do corpo.
- Com este sistema de n equações lineares algébricas em n incógnitas obtêm-se os valores de γ_1, γ_2, ..., γ_n que tornam a superfície um linha de corrente e satisfsem a condição de Kutta.
- Agora, as velocidades tangentes à superfície podem ser calculadas.
- Só o escoamento fora do perfil e na sua superfície tem interesse.

- A figura abaixo mostra um perfil em que a velocidade em todos os pontos dentro do corpo é nula.
- Em particular, a velocidade imediatamente dentro da folha de vórtice, mas na superfície, é nula, ou seja $u_2 = 0$.
- Então a velocidade imediatamente fora da folha de vótice é

$$\gamma = u_1 - u_2 = u_1 - 0 = u_1$$

- Assim, na figura, $V_a = \gamma_a$ no ponto *a* e $V_b = \gamma_b$ no ponto *b*.
- *As velocidades locais tangentes à superfície são iguais aos valores locais de* γ.



- A pressão local pode ser obtida com a equação de Bernoulli.
- A circulação total e a sustentação resultante podem ser calculados facilmente.
- Sendo s_j o comprimento do painel j, então a circulação devido ao painel j é $\gamma_j s_j$.
- A circulação devido a todos os painéis é

$$\Gamma = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j s_j$$

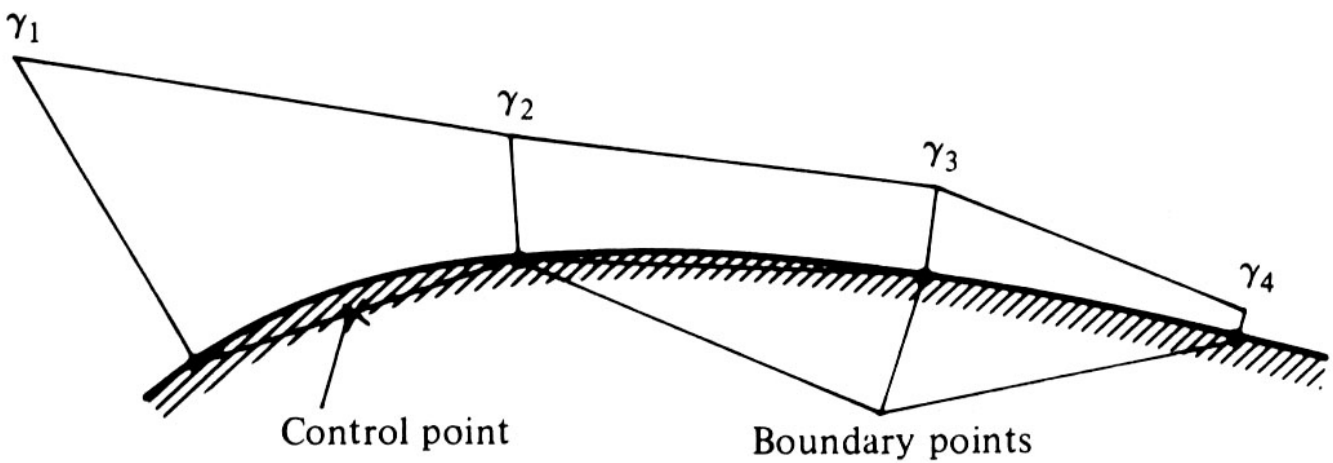
- Logo, a sustentação por unidade de envergadura é

$$L' = \rho_\infty V_\infty \sum_{j=1}^{n} \gamma_j s_j$$

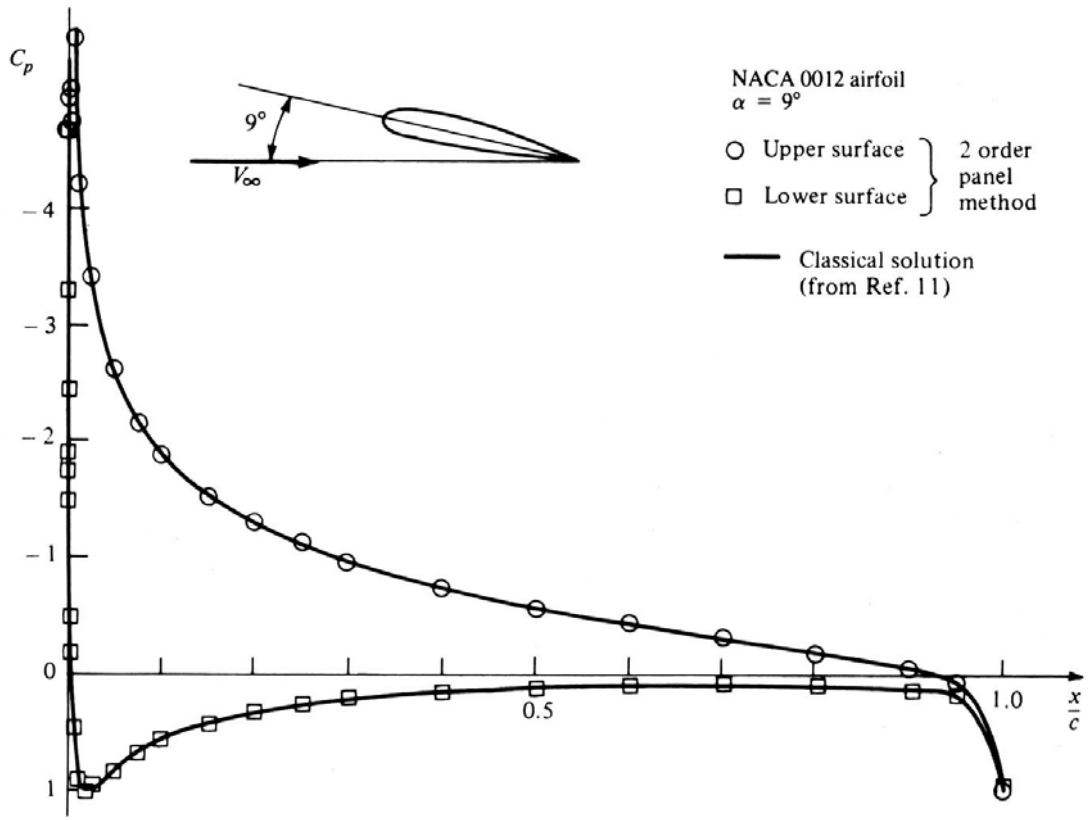
- A descrição apresentada introduz de forma geral o método dos painéis de vórtice.

- Existem, actualmente, muitas variações do método.
- O método dos painéis de vórtice apresentado é de primeira ordem, porque assume γ constante ao longo de um dado painel.
- Apesar do método ser simples a implementação numérica tem que ser cuidadosa.
- Por exemplo, os resultados dependem do número de painéis utilizados, das suas dimensões diversas e da forma como são distribuídos na superfície.
- Normalmente, é vantajoso usar muitos painéis de dimensão pequena nos bordos de ataque e de fuga e usar menos painéis de dimensões maiores no centro.
- Por outro lado, ao ignorar-se um ponto de controlo para se ter um sistema determinado, o resultado numérico também vai ser afectado.

- Qual ponto de controlo deve ser ignorado?
- As distribuições numéricas de γ podem ter oscilações em vez de serem suaves, afectando o resultado.
- Existem várias formas de minorar estas imprecisões no resultado numérico.
- Uma forma, é usar um método de segunda ordem em que a distribuição de γ é linear ao longo do painel, como mostra a figura abaixo.
- Aqui, os γ nos pontos de fronteira são iguais entre painéis contíguos.



- Os valores γ_1, γ_2, ..., γ_n nos pontos de fronteira são as incógnitas a determinar.
- A condição de fronteira continua a ser aplicada nos pontos de controlo.
- A figura abaixo mostra a distribuição de C_p obtida com um método de segunda ordem e com experimentação.

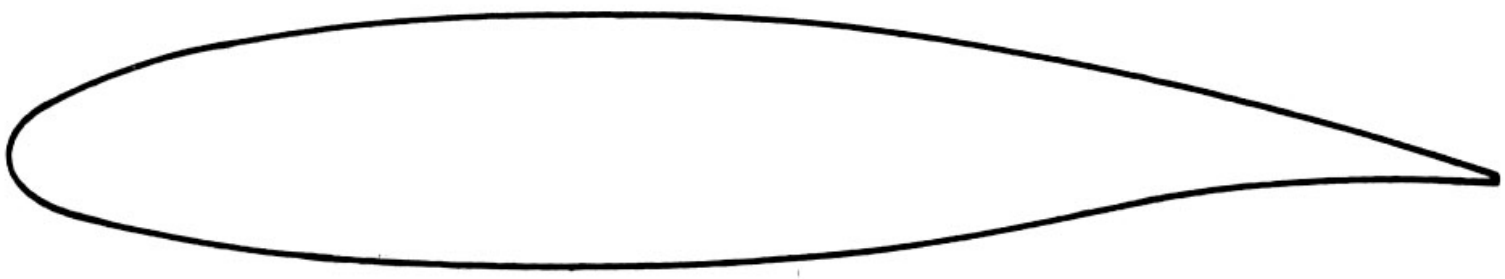


- Outras técnicas usam uma combinação de painéis de fonte e painéis de vórtice aplicados a corpos sustentadores.
- Os painés de fonte representam, com precisão, a espessura do corpo, enquanto que os painéis de vórtice fornecem a circulação.

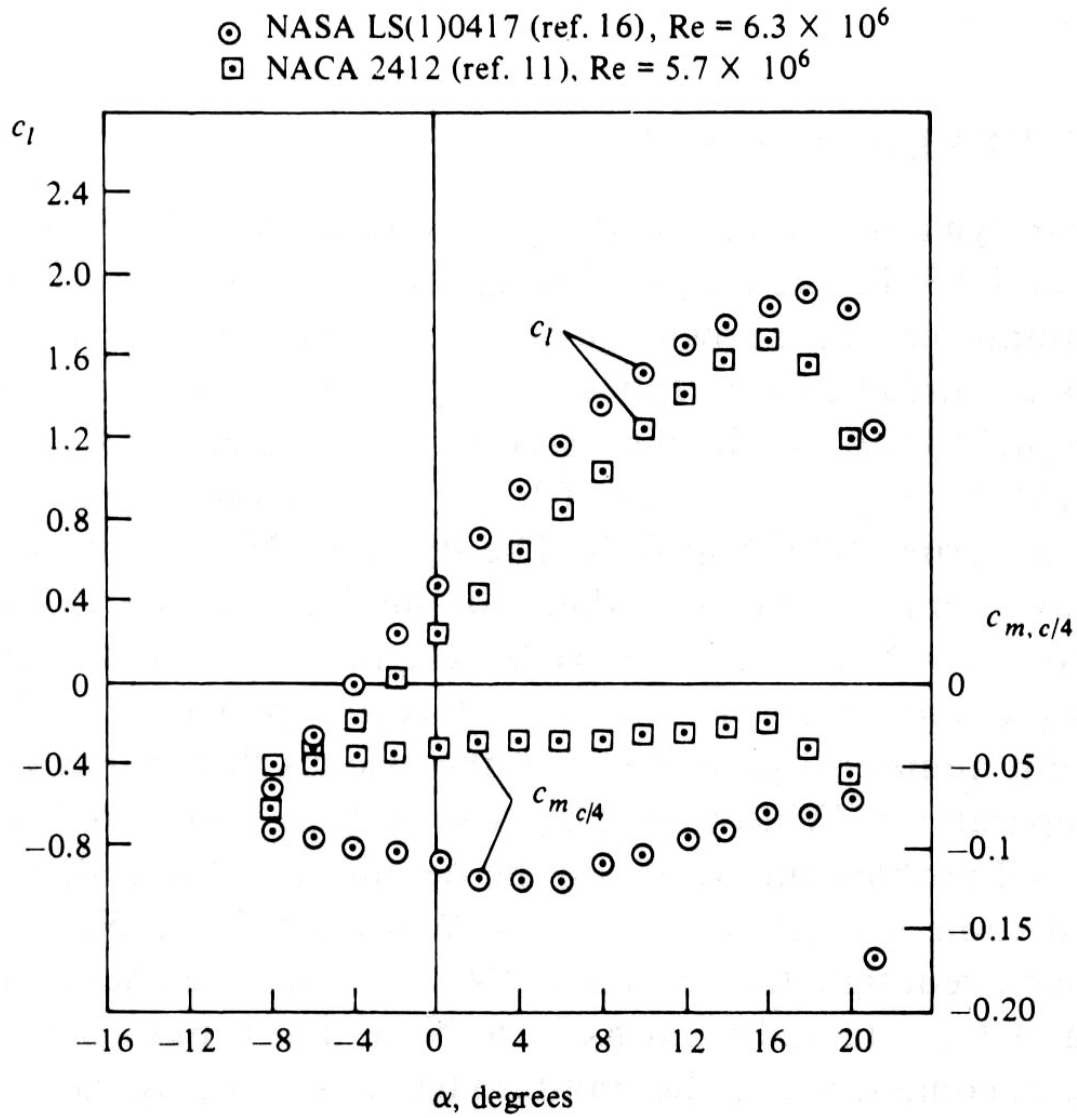
4.10. Perfis de Baixa Velocidade Modernos

- Durante a década de 1970 a NASA desenvolveu perfis de baixa velocidade com desempenho superior ao dos perfis NACA.
- Ao contrário dos perfis NACA, os novos perfis NASA foram projectados com uma técnica numérica com painéis de fonte e painéis de vórtice e com previsões do comportamento viscoso.
- Ensaios em túnel de vento foram realizados para validar o projecto numérico e obter as características finais.
- Deste trabalho surgiu o perfil GA(W)-1 para aviação geral que mais tarde foi redesignado LS(1)-0417.

- A figura abaixo mostra o perfil.
- O bordo de ataque deste perfil tem um raio grande (0,08c comparado com 0,02c dos perfis NACA) para reduzir o pico do coeficiente de pressão no nariz.
- A forma do intradorso próximo bordo de fuga aumenta o arqueamento e consequentemente o carregamento aerodinâmico nessa zona.
- Estas duas características atrasam a separação no extradorso em ângulos de ataque elevados, proporcionando um coeficiente de sustentação máximo superior.



- Dados experimentais do perfil NASA LS(1)-0417 e do perfil NACA 2412 estão representados na figura abaixo.



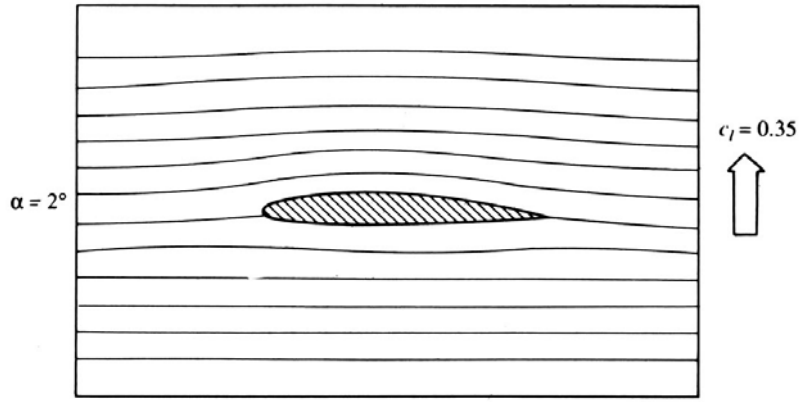
- Pode ver-se que o $C_{l\max}$ deste novo perfil é consideravelmente superior ao do perfil NACA 2412.
- Um revés deste benefício é o aumento do coeficiente de momento.
- O perfil NASA LS(1)-0417 tem uma espessura relativa de 17 % e um C_l de projecto de 0,4.
- Existem outros perfis desta família, em que a linha de arqueamento é comum, mas a espessura varia (NASA LS(1)-0409 e NASA LS(1)-0413).
- Comparando os perfis NASA LS(1)-04xx com os perfis NACA de espessura igual pode concluir-se que os primeiros têm:
  - $C_{l\max}$ cerca de 30 % superior;
  - 50 % de aumento em L/D para $C_l = 1{,}0$. Este aspecto resulta num melhor desempenho da aeronave, especialmente na subida.

- Muitos outros perfis têm sido desenvolvidos com a ajuda de ferramentas computacionais.
- Os sectores emergentes da aviação ligeira e dos UAV (unmanned air vehicle) têm impulsionado o desenvolvimento de perfis de baixa velocidade e de baixo Reynolds.

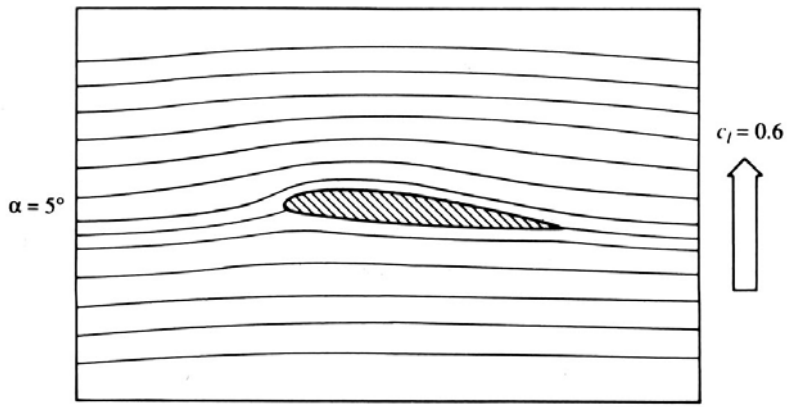
4.11. Escoamento num Perfil Real

- Foi estudado, neste capítulo, o escoamento invíscido e incompressível em torno de perfis.
- Quando comparados com dados de sustentação e momento experimentais em perfis de baixa velocidade, os resultados teóricos baseados no pressuposto de escoamento invíscido são bastante bons.
- Existe, no entanto, uma excepção: no escoamento real ocorre a separação no extradorso do perfil quando o ângulo de ataque ultrapassa determinado valor.
- Este efeito é de origem viscosa e resulta num $C_{l\max}$ para um ângulo de ataque de perda.
- Acima deste ângulo de ataque o C_l cai.

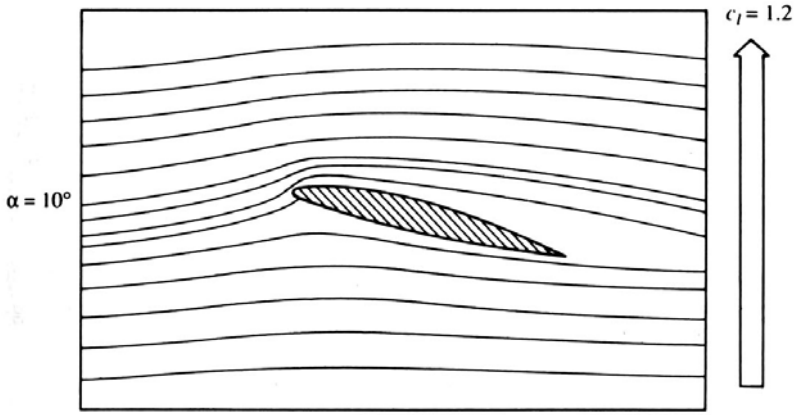
- Os resultados desta teoria são, portanto, válidos para pequenos ângulos de ataque.
- Nesta secção vão examinar-se as características físicas do escoamento real em torno de perfis, em que a separação faz parte desse escoamento real.
- A figura seguinte mostra as linhas de corrente, obtidas experimentalmente, em torno do perfil NACA 4412 para ângulos de ataque crescentes.
- Estes dados foram medidos para Re = 2,1x105 e V_{oo} = 8 m/s.



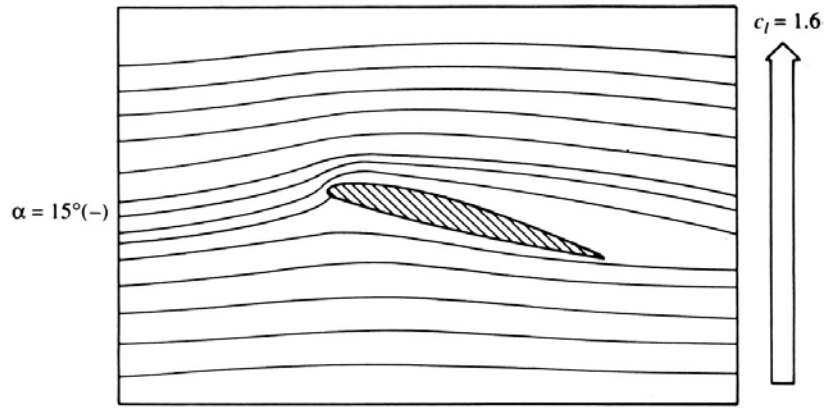
(*a*)



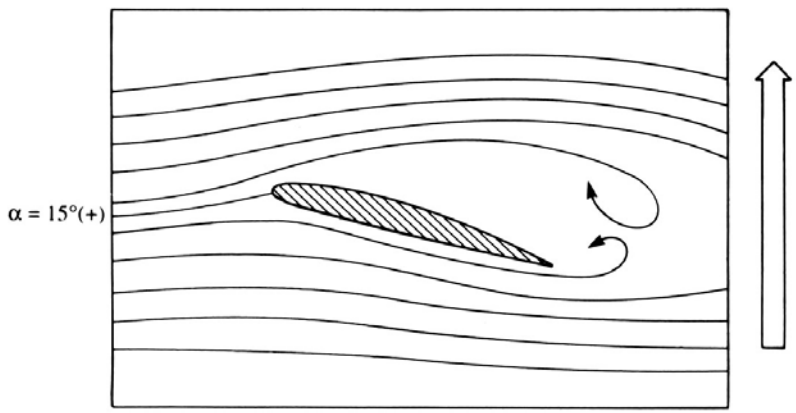
(*b*)



(*c*)



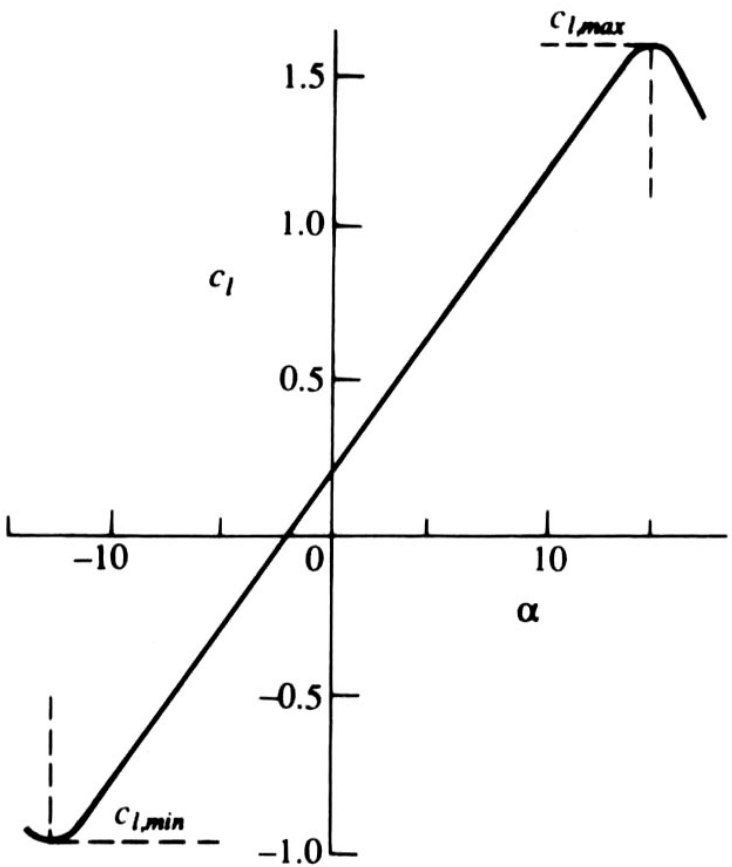
(*d*)

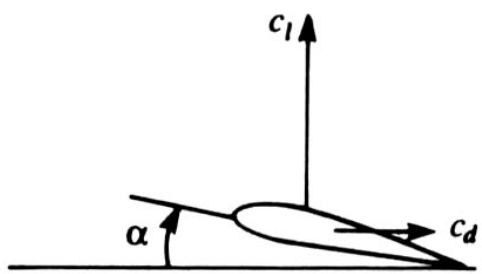


(*e*)

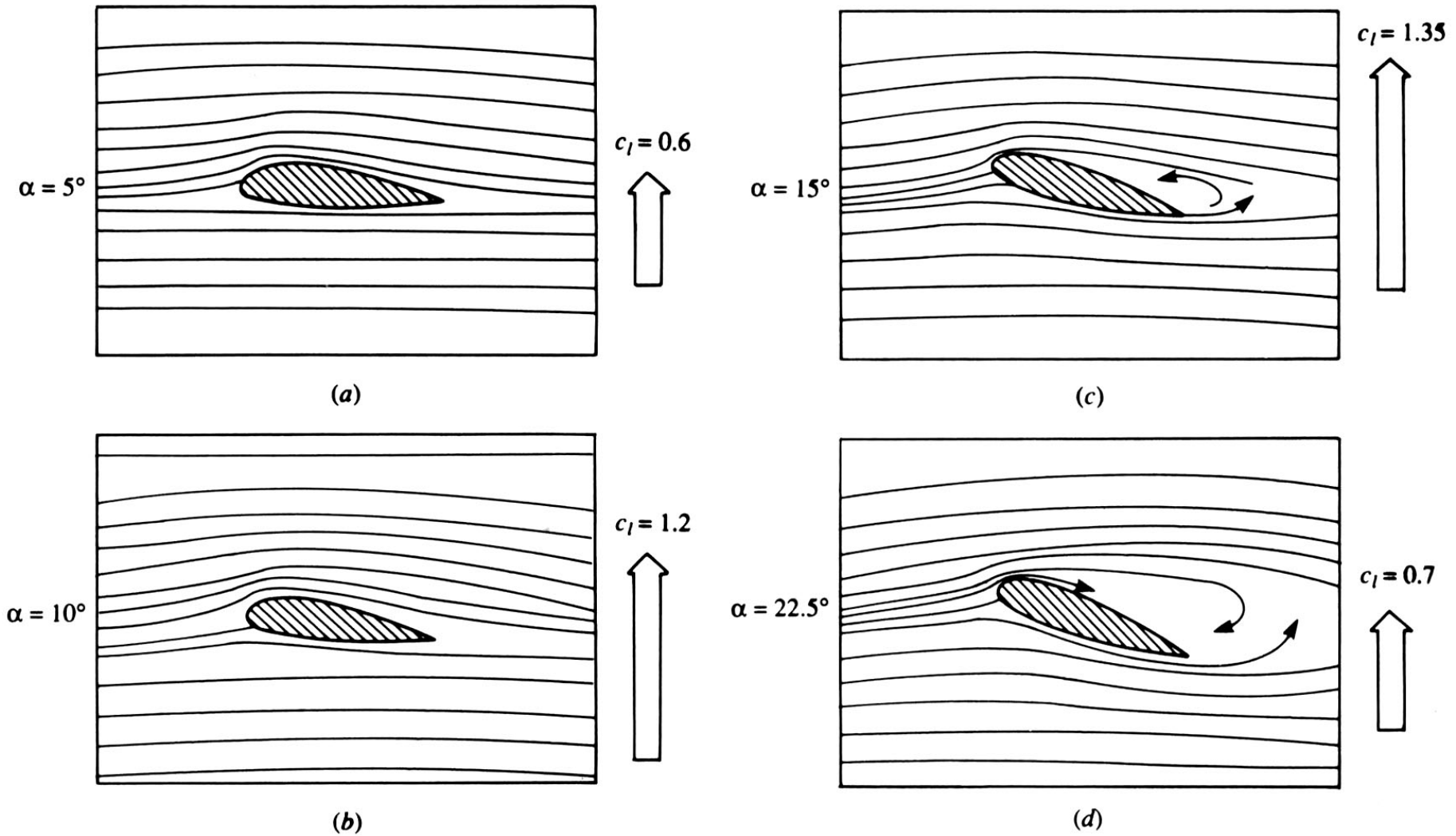
- Inicialmente as linhas de corrente são pouco distorcidas.
- À medida que o ângulo de ataque aumenta as linhas de corrente são mais distorcidas para cima para contornar o bordo de ataque e para baixo quando deixam o bordo de fuga.
- O ponto de estagnação no bordo de ataque recua no intradorso com o aumento de α.
- Quando α atinge um valor ligeiramente abaixo de 15º as linhas de corrente estão muito distorcidas, mas o escoamento permanece colado ao extradorso.
- Quando α ultrapassa ligeiramente os 15º existe uma separação abrupta do escoamento e o C_l reduz drasticamente.
- Este tipo de comportamento de perda chama-se *perda do bordo de ataque*.

- Ele é característico de perfis relativamente finos com espessuras relativas de 10 a 16 %.
- O escoamento separa abruptamente ao longo de todo o extradorso com origem no bordo de ataque.
- A figura abaixo mostra uma redução rápida do C_l na perda.

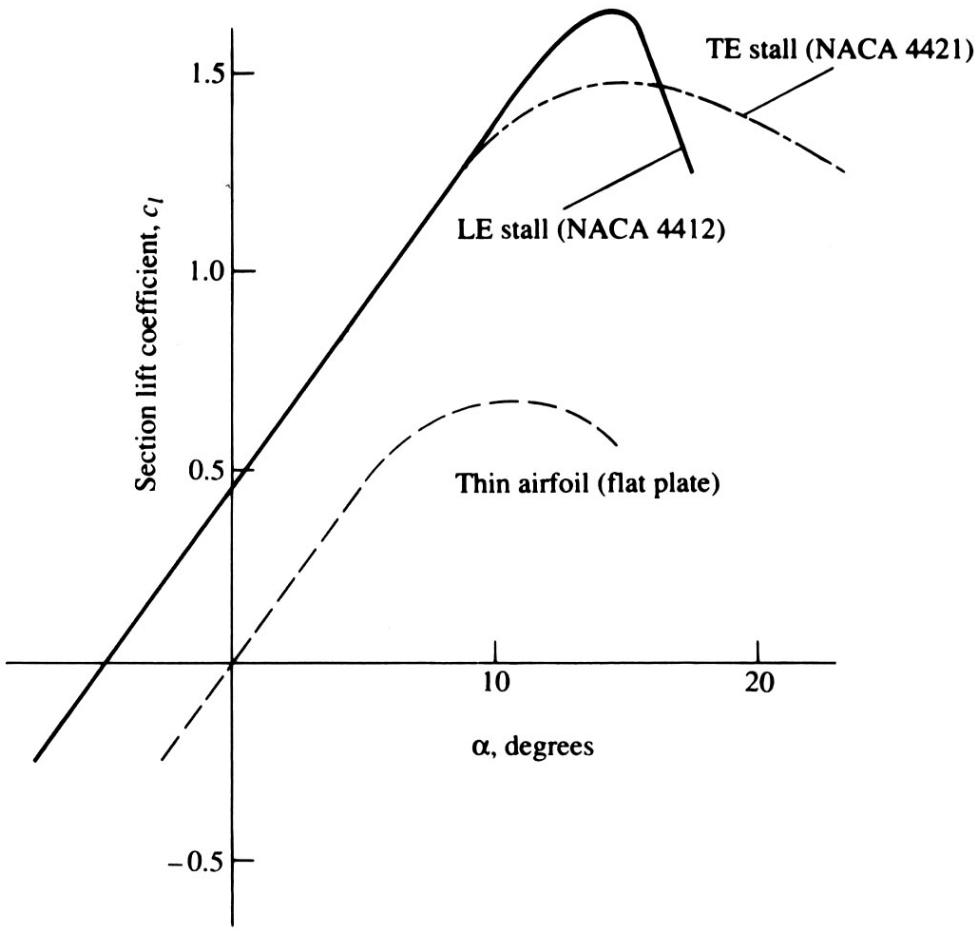




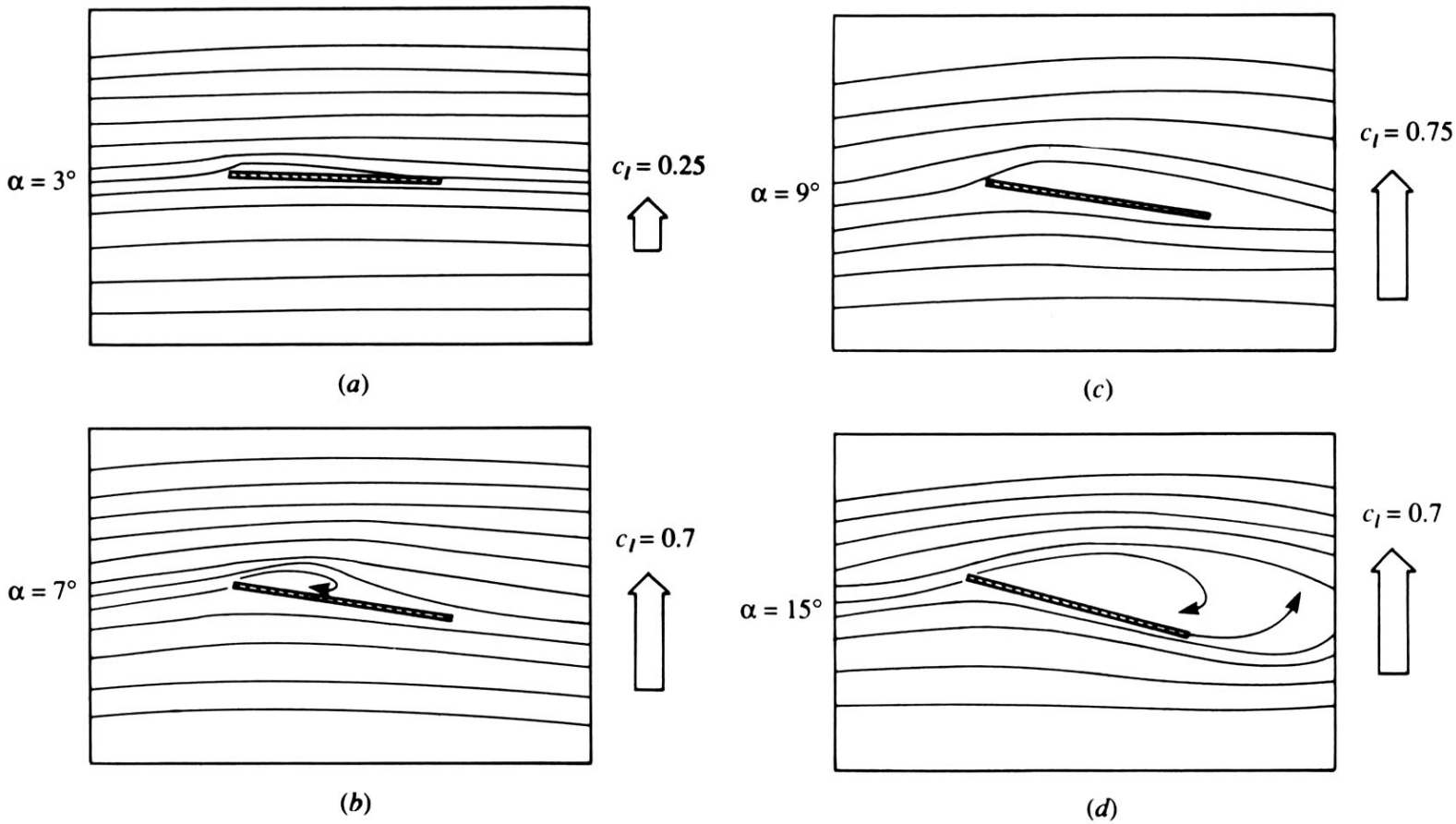
- O segundo tipo de perda é a *perda do bordo de fuga*.
- Este comportamento é típico de perfis mais espessos, como é o caso do NACA 4421.



- Neste caso observa-se um movimento gradual do ponto de separação no extradorso a partir do bordo de fuga, à medida que α aumenta.
- Na figura abaixo são comparadas curvas de sustentação com os dois tipos de perda.



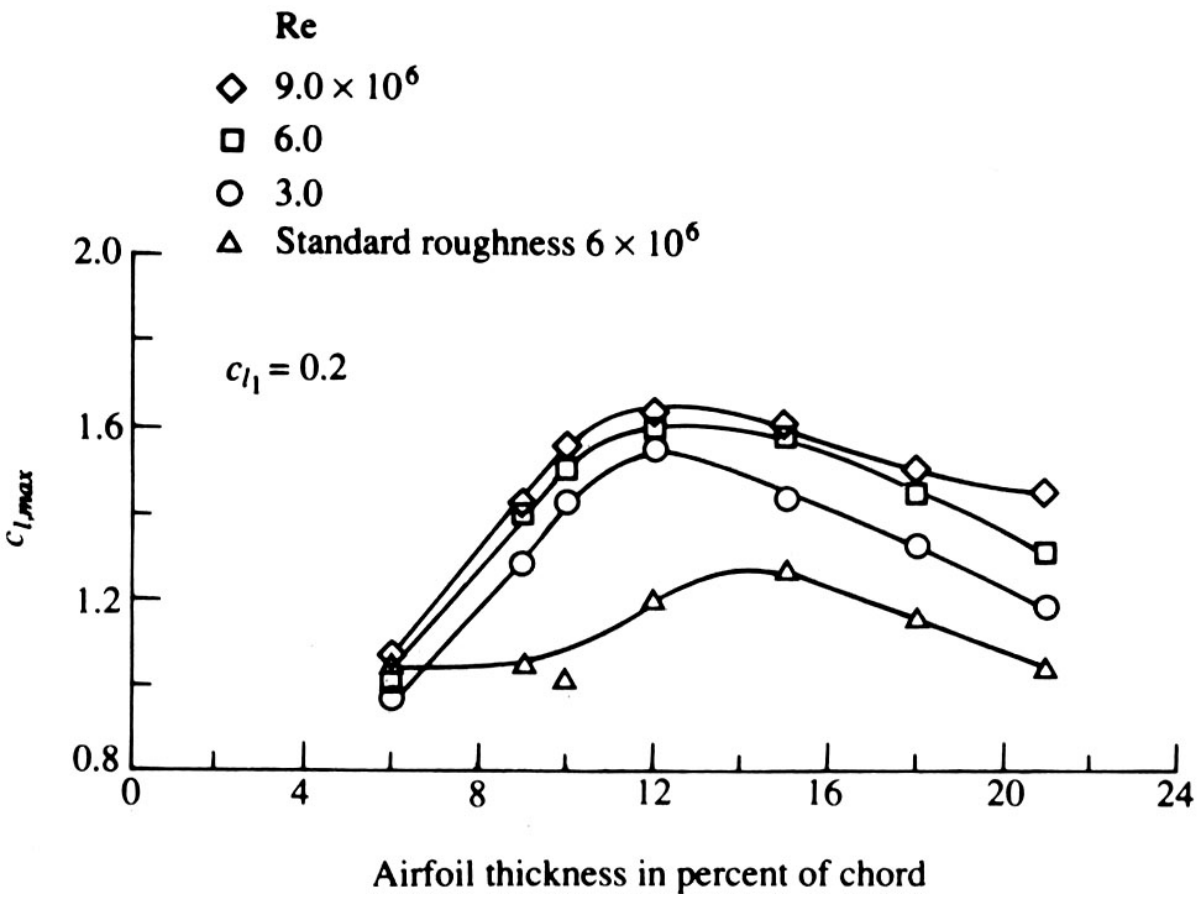
- Existe um terceiro tipo de perda associado à espessura do perfil muito baixa.
- Este tipo de perda é conhecido por *perda do perfil fino*.
- Um bom exemplo deste tipo de perda observa-se numa placa plana.



- A figura anterior ilustra as linhas de corrente em torno de uma placa plana com o aumento do ângulo de ataque.
- A espessura relativa desta placa plana é de 2 %.
- A teoria invíscida e incompressível mostra que num vértice a velocidade torna-se infinitamente grande.
- É esta situação que ocorre no bordo de ataque da placa plana com determinado ângulo de ataque.
- No escoamento real este problema é contornado com a separação no bordo de ataque mesmo para ângulos de ataque pequenos.
- Este escoamento separado torna a colar de novo à superfície um pouco mais a jusante, criando uma zona de escoamento separado, chamado bolha de separação, perto do bordo de ataque.

- À medida que o ângulo de ataque aumenta o ponto de colagem move-se na direcção do bordo de fuga, tornando a bolha de separação maior.
- Para um ângulo de ataque de 9º a bolha de separação extende-se por quase toda a placa.
- Ao analizar-se a curva de sustentação pode ver-se que a sua linearidade estende-se apenas até aos 3º, altura em que se inicia a formação da bolha de separação.
- Pode concluir-se que a espessura influencia o valor do $C_{l\max}$.
- Para perfis espessos a espessura influencia o tipo de perda, tendo os perfis mais espessos um $C_{l\max}$ inferior.

- NA figura abaixo está representada a variação de $C_{l\max}$ de perfis NACA 63-2XX em função da espessura relativa.
- À medida que t/c aumenta $C_{l\max}$, inicialmente, também aumenta, atinge um amáximo para $t/c = 0{,}12$ e depois diminui para t/c maiores.



- Para um dado perfil, $C_{l\max}$ é uma função de Re, sendo que valores mais elevados de $C_{l\max}$ correspondem a Re mais elevados.
- Uma vez que a separação é um efeito viscoso e os fenómenos viscosos são governados pelo Re, é normal que o $C_{l\max}$ seja sensível ao Re.
- Quando se projecta um perfil a primeira preocupação não é a produção de sustentação.
- Existem duas figuras de mérito que são usadas para apreciar a qualidade dum perfil:
  - A razão de planeio, L/D. Um perfil eficiente produz sustentação com um mínimo de arrasto;
  - O coeficiente de sustentação máximo, $C_{l\max}$. O perfil eficaz produz um valor elevado de $C_{l\max}$.

- Num veículo voador completo, o coeficiente de sustentação máximo, determina a velocidade de perda do avião.
- Pode ver-se isto considerando o equilíbrio em voo nivelado, em que a sustentação é igual ao peso:

$$L = W = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

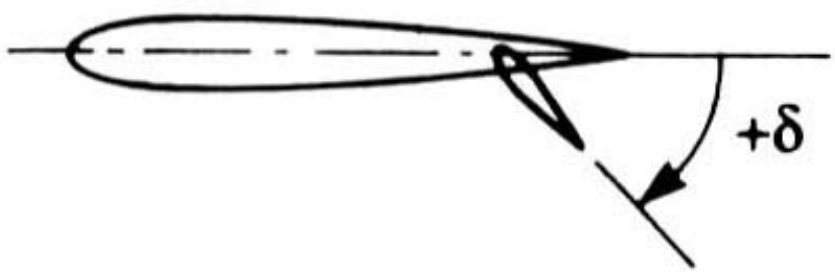
$$V_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_L}}$$

- Assim, a velocidade mais baixa possível, a velocidade de perda, ocorre quando o coeficiente de sustentação é máximo:

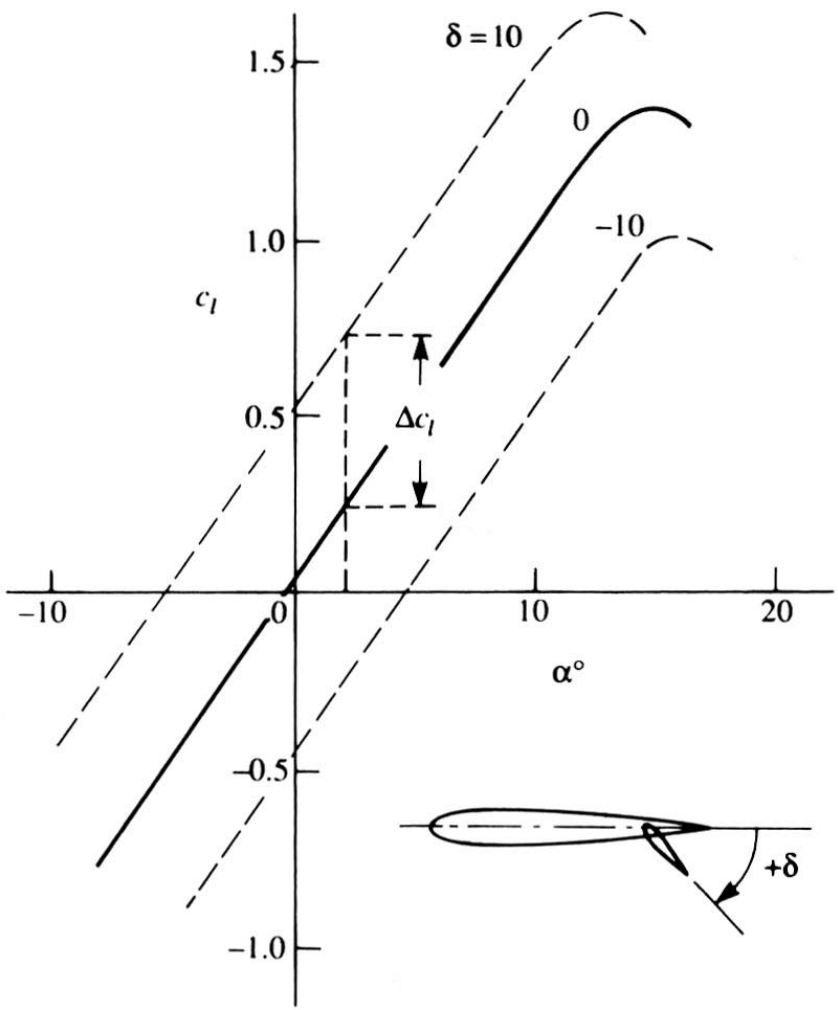
$$V_S = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_{L\max}}}$$

- Existe uma necessidade de aumentar o $C_{l\max}$ de um perfil para obter uma velocidade de perda baixa ou para aumentar a carga útil para a mesma velocidade.
- A manobrabilidade de um avião depende do $C_{l\max}$ (o raio de volta mais pequeno possível e a taxa de volta mais rápida possível).
- Por outro lado, para um dado perfil num dado Re, o valor de $C_{l\max}$ é, principalmente, uma função da sua forma.
- Para aumentar o $C_{l\max}$ para além desse valor é preciso tomar medidas especiais.
- Estas medidas incluem o uso de flaps e slats para aumentar o $C_{l\max}$ do perfil de referência.
- Estes dispositivos chamam-se *dispositivos hipersustentadores* ou *dispositivos de alta sustentação*.

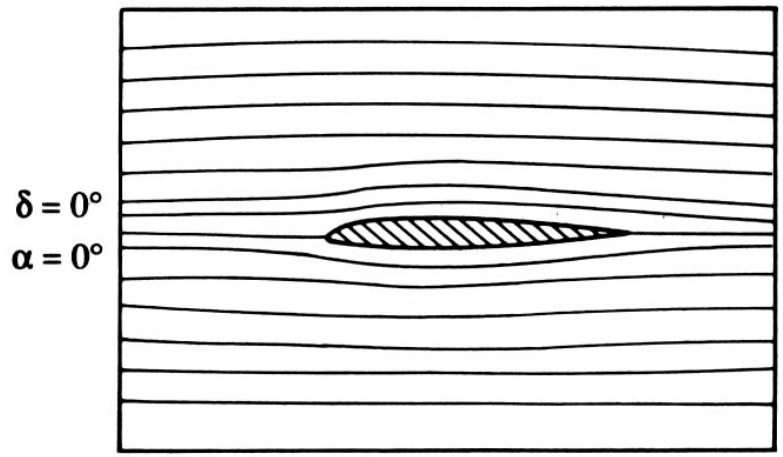
- O flap de bordo de fuga é simplesmente uma porção do bordo de fuga que é articulada para poder deflectir para cima ou para baixo.
- Quando o flap é deflectido para baixo o coeficiente de sustentação aumenta.
- Este aumento deve-se a um aumento do arqueamento do perfil com a deflexão do flap.
- A teoria do perfil fino apresentada mostra que o ângulo de sustentação nula é uma função do arqueamento: torna-se mais negativo à medida que o arqueamnto aumenta.



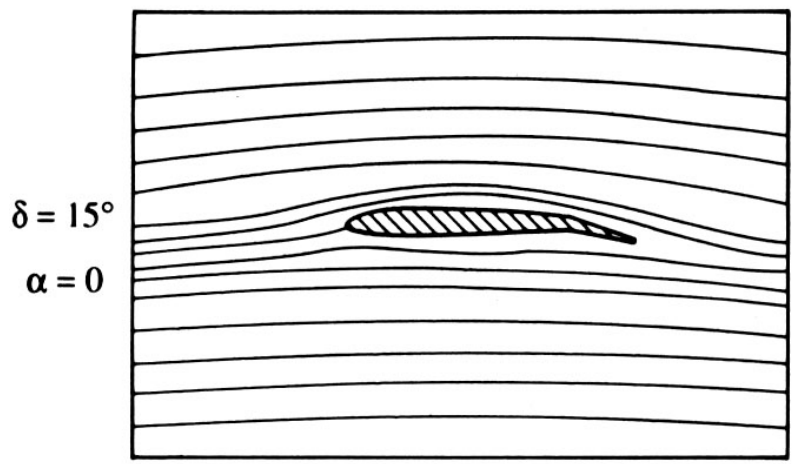
- Para um perfil simétrico a linha de sustentação sem deflexão do flap passa pela origem.



(a)



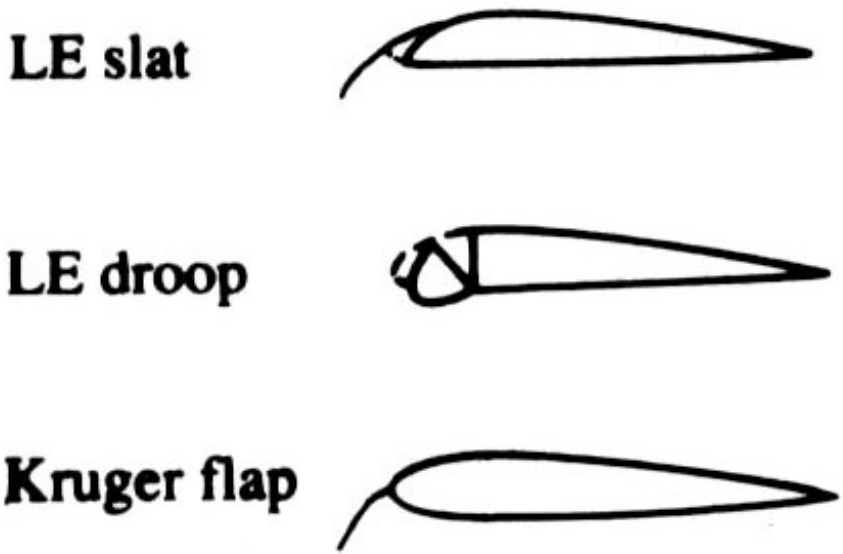
(b)



(c)

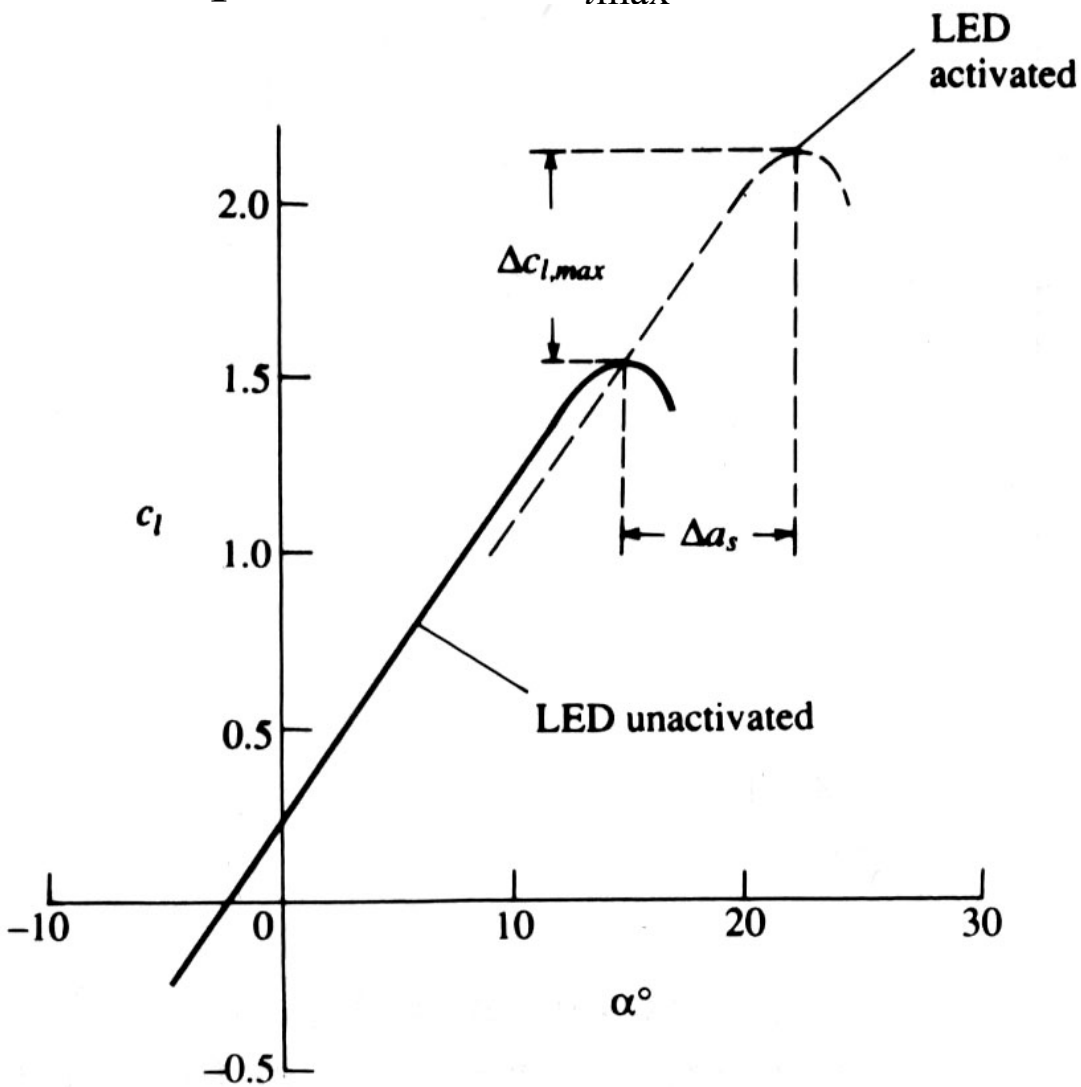
- Quando o flap é deflectido para baixo, a curva de sustentação desloca-se para a esquerda porque o ângulo de sustentação nula torna-se mais negativo.
- Por outro lado, para um dado ângulo de ataque, o coeficiente de sustentação aumenta num incremento ΔC_l devido à deflexão do flap.
- O $C_{l\max}$ também aumenta, mas ocorre a um ângulo de ataque inferior.
- Na figura anterior pode observar-se a forma das linhas de corrente, sem e com deflexão do flape.
- Quando o flap é deflectido o escoamento deixa de ser simétrico: as linhas de corrente são deflectidas para cima no bordo de ataque e para baixo no bordo de fuga.
- O ponto de estagnação também se desloca para jusante no intradorso.

- No bordo de ataque também podem ser aplicados dispositivos de alta sustentação, como mostra a figura abaixo.
- Estes podem ser slats, droops ou flaps do bordo de ataque.
- O slat é uma superfície fina e curva que é extendida em frente do bordo de ataque.
- Neste caso, para além do escoamento primário, forma-se um escoamento secundário através da fenda que se forma entre o slat e o bordo de ataque do perfil.

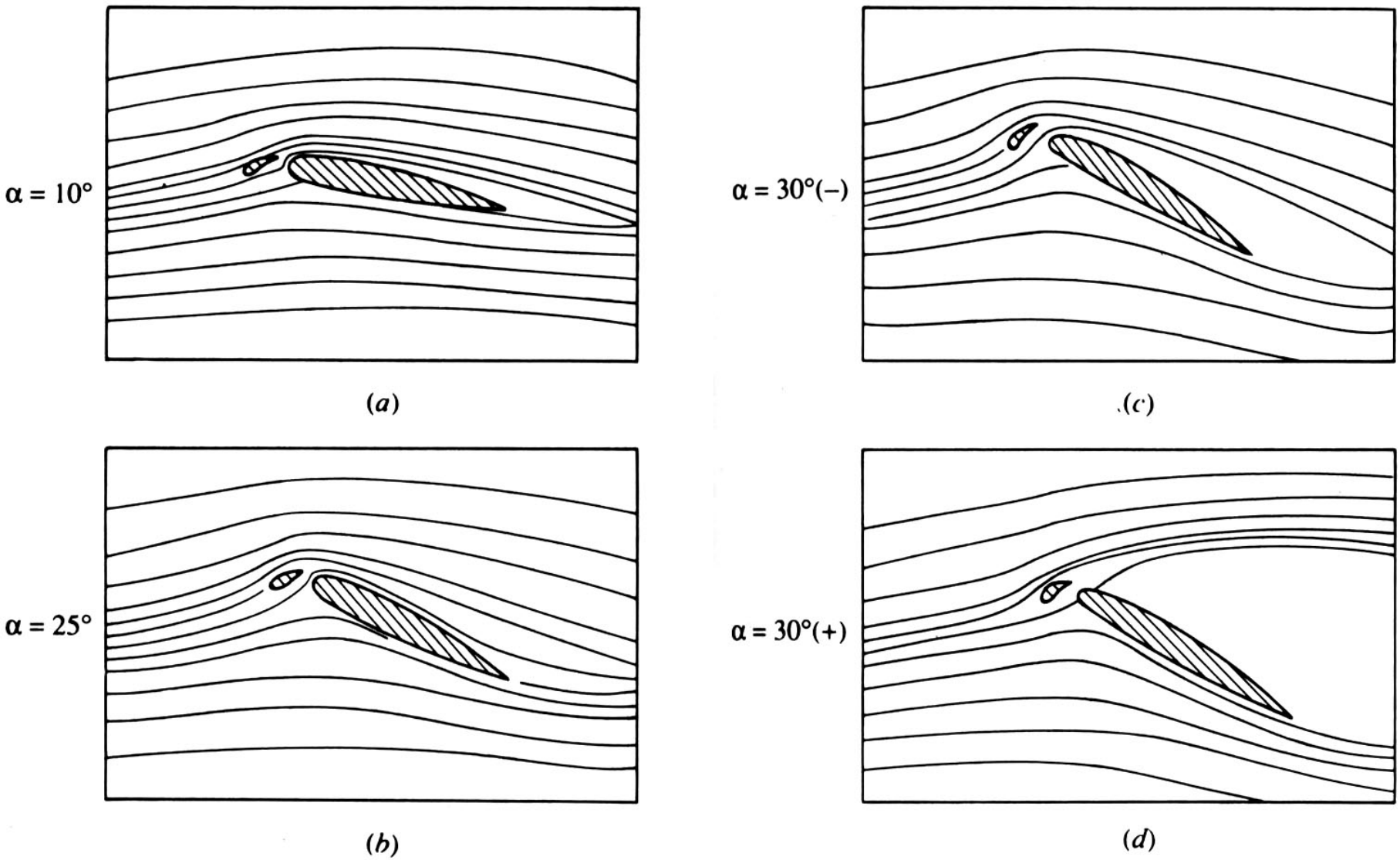


- Este escoamento secundário modifica a distribuição de pressão no extradorso.
- O gradiente de pressão adversa existente em grande extensão do extradorso é reduzida por este escoamento secundário.
- O resultado é um atraso na separação do escoamento no extradorso.
- Então, o slat no bordo de ataque aumenta o ângulo de ataque de perda e, consequentemente, o coeficiente de sustentação máximo.
- A função do slat é diferente da do flap.

- No caso do slat não existe variação no α_0, mas a curva de sustentação é extendida até um α superior com um aumento correspondente no $C_{l\max}$.

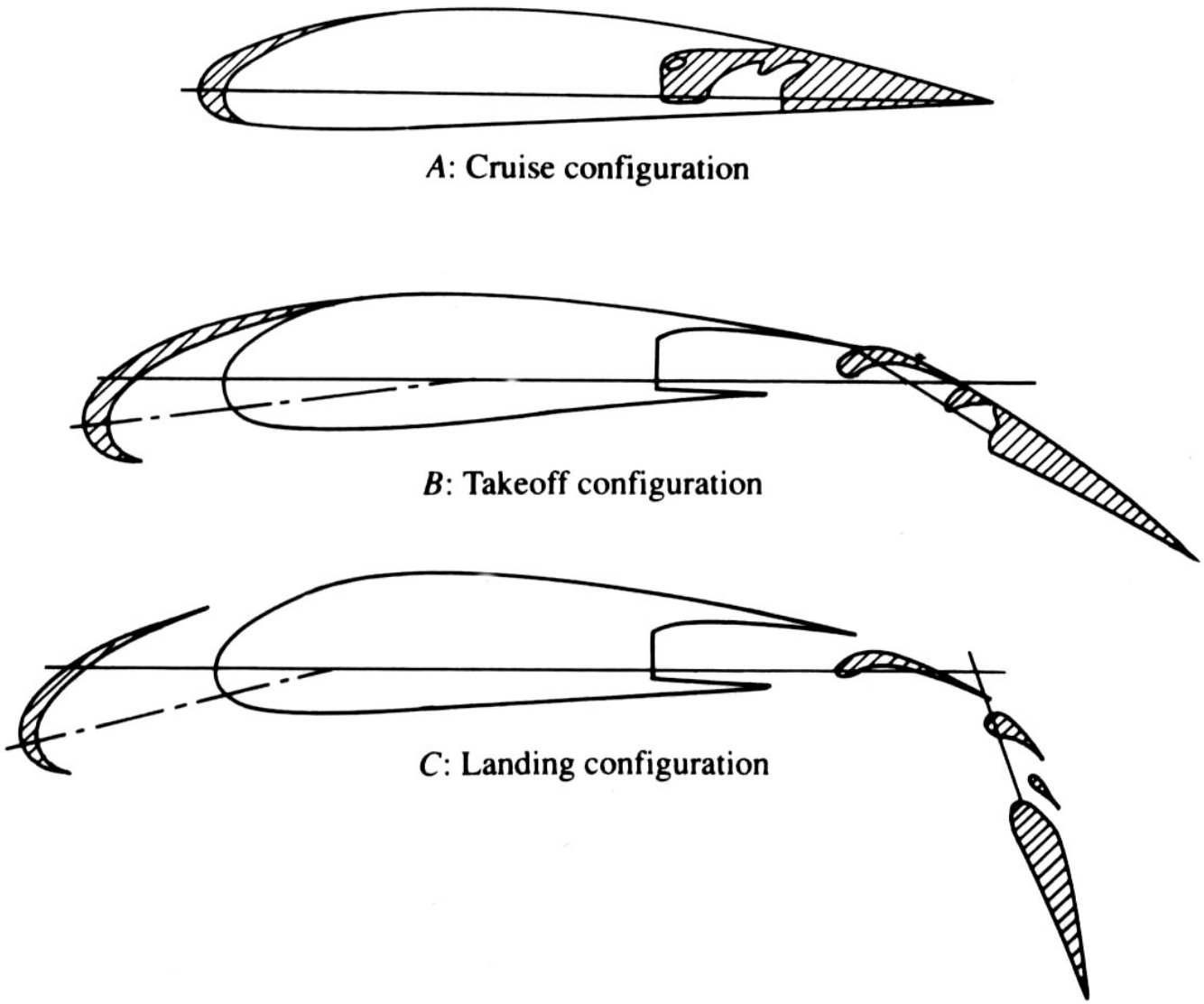


- A figura abaixo mostra as linhas de corrente em torno de um perfil NACA 4412 com um stat extendido.



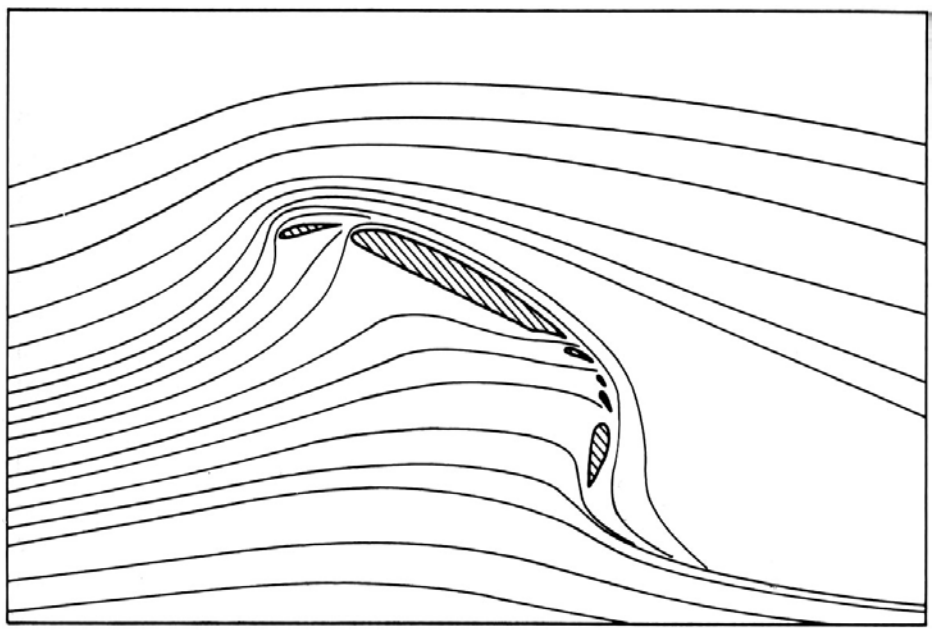
- O ângulo de perda do perfil NACA 4412 sem dispositivos do bordo de ataque anda à volta de 15º.
- Com o slat extendido este valor aumenta para cerca de 30º.
- Para $\alpha = 10º$ e $\alpha = 25º$ o escoamento mantém colado.
- Esta situação mantém-se quase até aos 30º.
- Para um ângulo de ataque pouco superior a 30º ocorre a separação no extradorso e o perfil entra em perda.
- Os dispositivos de alta sustentação usados nos aviões de alto desempenho são combinações de slats de bordo de ataque (ou flaps) e flaps de bordo de fuga de superfícies múltiplas.

- A figura abaixo mostra um perfil com configurações típicas de dispositivos de alta sustentação.



- As três configurações apresentadas são usadas em situações diferentes do voo:
  - A – dispositivos recolhidos para o cruzeiro;
  - B – dispositivos de bordo de ataque e de bordo de fuga parcialmente deflectidos para a descolagem;
  - C – dispositivos de bordo de ataque e de bordo de fuga totalmente deflectidos para a descolagem.
- Na situação C existem fendas entre o slat e o bordo de ataque e entre o flap e o bordo de fuga, bem como entre os vários elementos do flap.

- Na figura abaixo estão representadas as linhas de corrente em torno deste perfil na configuração C para $\alpha = 25º$.
- Pode observar-se que, apesar de o escoamento principal no extradorso estar separado, o escoamento local através das fendas do flap está localmente colado ao extradorso do flap.
- Devido a este escoamento local colado o coeficiente de sustentação é ainda elevado: cerca de 4,5.



α = 25°

- Em conclusão pode inumerar-se o seguinte:
  - Para ângulos de ataque elevados o escoamento real é dominado pela separação – este fenómeno não é modelado adequadamente pelas teorias invíscidas;
  - Para ângulos de ataque pequenos – cruzeiro – as teorias invíscidas prevêm adequadamente a sustentação e o momento de perfis;
  - A espessura do perfil é de grande importância para o ângulo de ataque em que a separação ocorre, logo afecta o coeficiente de sustentação máximo.