

Aerodinâmica

Projeto de Aeronaves (15096)

Licenciatura em Engenharia Aeronáutica

2025

Pedro V. Gamboa

Departamento de Ciências Aeroespaciais

Faculdade de Engenharia



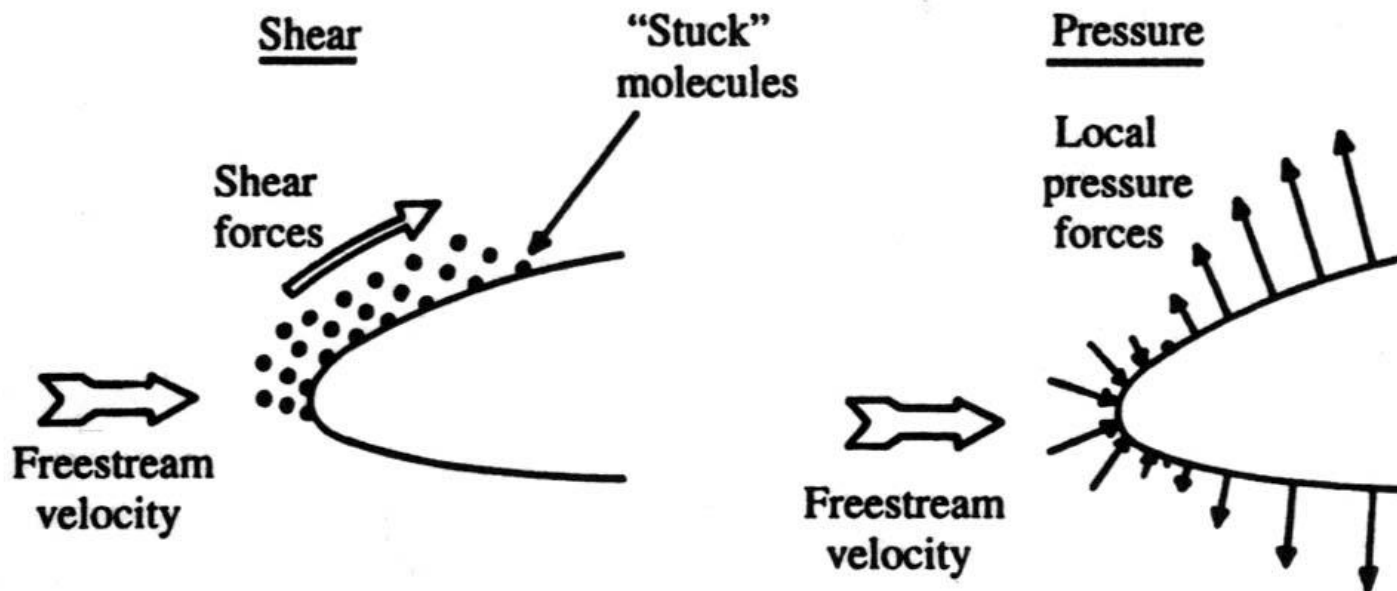
1. Introdução

- Quando a configuração da aeronave está mais ou menos definida é necessário determinar com mais cuidado as suas características aerodinâmicas
- Neste capítulo apresenta-se um método simples para obter as curvas C_L vs α e C_D vs C_L .



2. Forças aerodinâmicas

- Origem das forças aerodinâmicas:
 - Viscosidade
 - Pressão



(Pressures are with respect to ambient air pressure. Outward arrows represent pressures below ambient.)



2. Forças aerodinâmicas

- Terminologia das componentes da resistência aerodinâmica:

	Forças de corte	Forças de pressão		
		Separação	Choque	Circulação
Arrasto parasita	Fricção Tração Arrasto de interferência	Separação viscosa Separação induzida pelo choque	Arrasto de onda	
Arrasto induzido	Efeito de aumento de velocidade na fricção	Efeito do aumento da velocidade	Arrasto de onda devido à sustentação	Arrasto devido à sustentação Arrasto de balanceamento
Área de referência	S_{wet}	Área máxima da secção	(Distribuição de volume)	S



3. Coeficientes aerodinâmicos

- Coeficiente de sustentação:

$$C_L = \frac{L}{qS}$$

- Coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{D}{qS}$$

- Coeficiente de momento de arfagem:

$$C_M = \frac{M}{qSc}$$

onde a pressão dinâmica, q , é dada por: $q = \frac{1}{2} \rho V^2$



3. Coeficientes aerodinâmicos

- A polar de arrasto, que é uma representação matemática da curva C_D vs C_L , é dada por:
 - Polar simétrica (sem curvatura em C_L^2):

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2$$

- Polar não simétrica (com curvatura):

$$C_D = C_{D\min} + K(C_L - C_{LD\min})^2$$

ou

$$C_D = C_{D0} + K_1 C_L + K_2 C_L^2$$

onde K_1 é tipicamente negativo.



4. Dados

- Os principais dados necessários para este modelo são:
 - W , peso da aeronave [N]
 - c_w , corda média geométrica das asas [m]
 - b_w , envergadura das asas [m]
 - V , velocidade de voo [m/s]
 - ρ , densidade do ar [kg/m³]
 - μ , viscosidade do ar [kg/m/s]
 - C_L , coeficiente de sustentação da aeronave



4. Dados

- Outros dados necessários para este modelo são:
 - h_{cg} , posição relativa do centro de gravidade (x_{cg}/c_w)
 - h_w , posição relativa do centro aerodinâmica das asas (x_w/c_w)
 - h_h , posição relativa do centro aerodinâmico da empenagem horizontal (x_h/c_w)
 - S_h , área da empenagem horizontal [m²]
 - S_v , área da empenagem vertical [m²]
 - n , fator de carga normal



4. Dados

- Alguns dados podem ser calculados diretamente dos anteriores:
 - S , área da superfície sustentadora [m^2]:

$$S = bc$$

- A , razão de aspeto:

$$A = \frac{b^2}{S}$$

- Re , número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho V c}{\mu}$$



5. Sustentação

- Com base no coeficiente de sustentação pode determinar-se a sustentação disponível:
 - L , sustentação da aeronave [N]

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = q S C_L$$

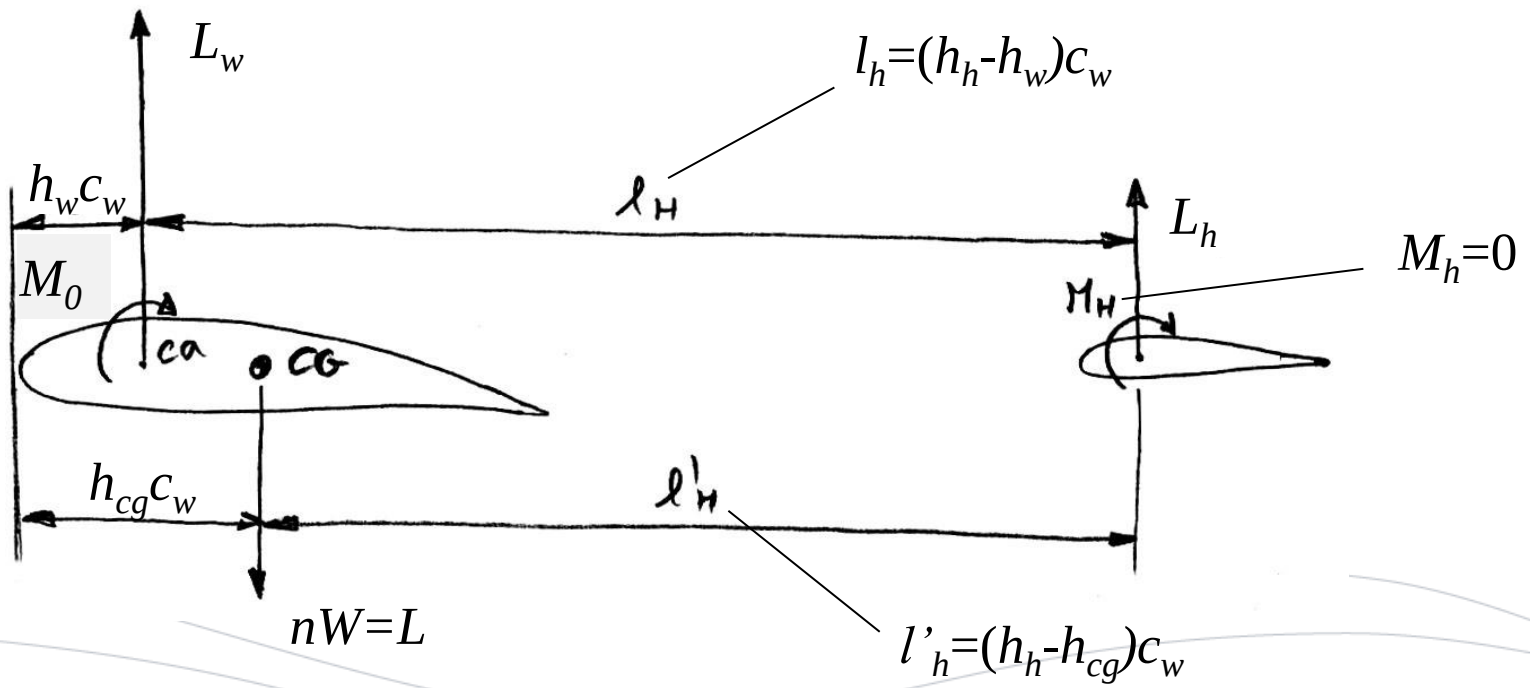
- Assumimos que a sustentação é igual ao peso multiplicado pelo fator de carga normal:

$$L = nW$$



5. Sustentação

- Esquema das forças e momentos:





5. Sustentação

- Do equilíbrio de forças e momentos em torno do centro aerodinâmico da asa aplicados na aeronave podemos obter o valor de L_w e L_h :

$$\begin{cases} L_w + L_h - L = 0 \\ M_0 + L(h_{cg} - h_w)c_w - L_h(h_h - h_w)c_w = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L_h = \frac{M_0 + L(h_{cg} - h_w)c_w}{(h_h - h_w)c_w} \\ L_w = L - L_h \end{cases}$$



5. Sustentação

- Em forma de coeficiente, dividindo as forças por qS_w e os momentos por $qS_w c_w$:

$$\begin{cases} C_{Lw} + \frac{S_h}{S_w} C_{Lh} = C_L \\ C_{M0} + C_L (h_{cg} - h_w) = \frac{S_h (h_h - h_w)}{S_w} C_{Lh} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_{Lh} = \frac{S_w}{S_h (h_h - h_w)} [C_{M0} + C_L (h_{cg} - h_w)] \\ C_{Lw} = C_L - \frac{S_h}{S_w} C_{Lh} \end{cases}$$



5. Sustentação

- Alternativamente, sabendo o valor de C_{Lw} pode ter-se:

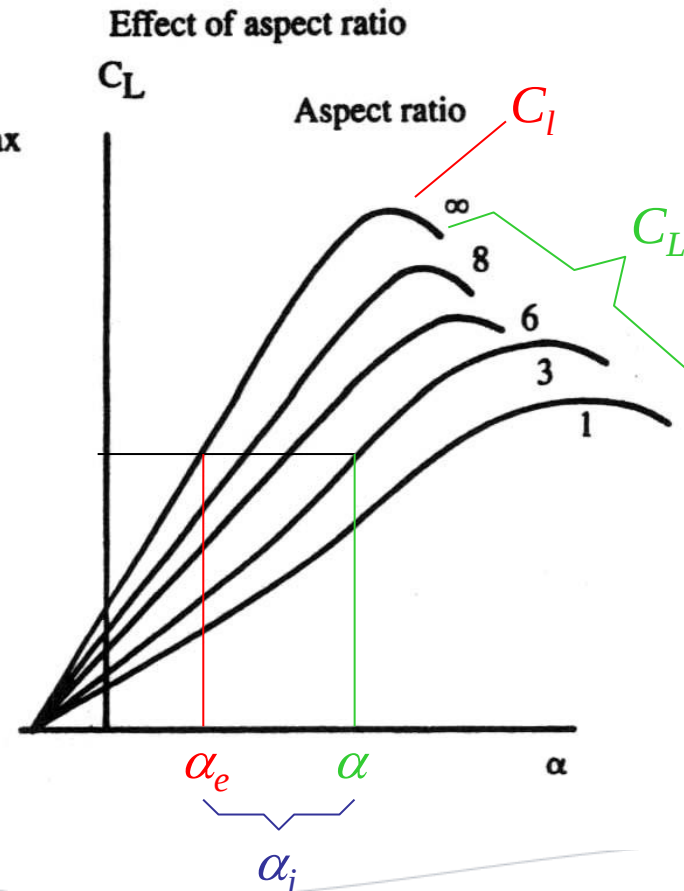
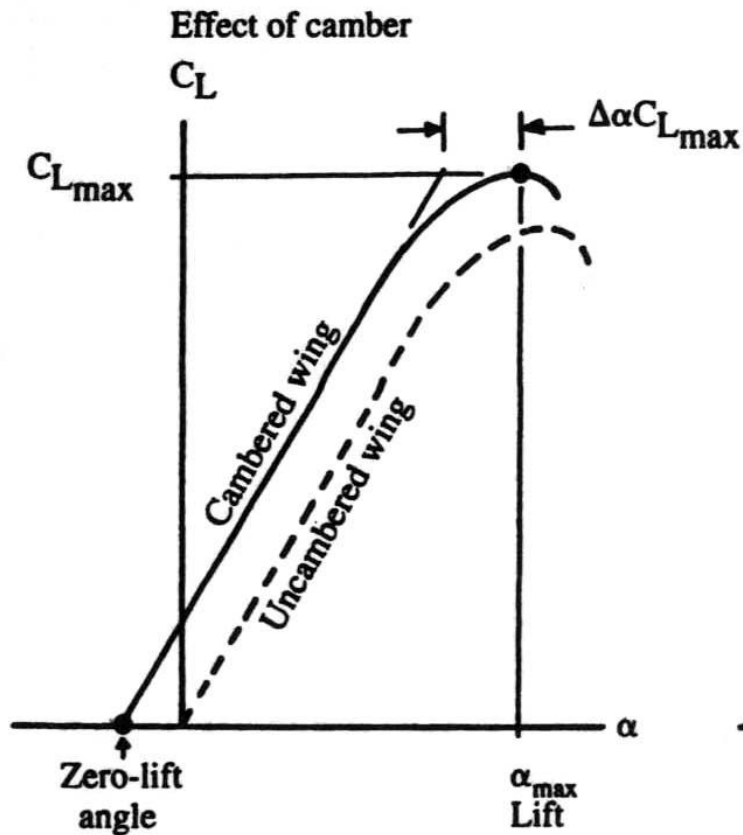
$$\begin{cases} C_{Lw} + \frac{S_h}{S_w} C_{Lh} = C_L \\ C_{M0} + C_{Lw}(h_{cg} - h_w) = \frac{S_h(h_h - h_{cg})}{S_w} C_{Lh} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_{Lh} = \frac{S_w}{S_h(h_h - h_{cg})} [C_{M0} + C_{Lw}(h_{cg} - h_w)] \\ C_L = C_{Lw} + \frac{S_h}{S_w} C_{Lh} \end{cases}$$



5. Sustentação

- Curva de sustentação (C_L vs α):





5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação do perfil:

$$C_l = C_l(\alpha_e, Re)$$

- Exemplos:

$$C_l = C_{l0} + C_{l1}\alpha_e + C_{l2}\alpha_e^2 + \dots + C_{ln}\alpha_e^n$$

$$C_l = a_0(\alpha_e - \alpha_0) \quad \text{com} \quad a_0 = \frac{dC_l}{d\alpha_e}$$

- São funções de Re :

$$C_{l0}; C_{l1}; C_{l2}; \dots; C_{ln}; a_0; \alpha_0$$



5. Sustentação

- Ângulo de ataque induzido:

$$\alpha_i = \frac{C_{Lw}}{\pi A_w} (1 + \tau) \quad \text{com} \quad C_{Lw} = C_l \cos \alpha_i$$

- Valores típicos de τ :

$$0.05 \leq \tau \leq 0.25 \quad \text{ou} \quad 0.80 \leq \frac{1}{1 + \tau} \leq 0.95$$

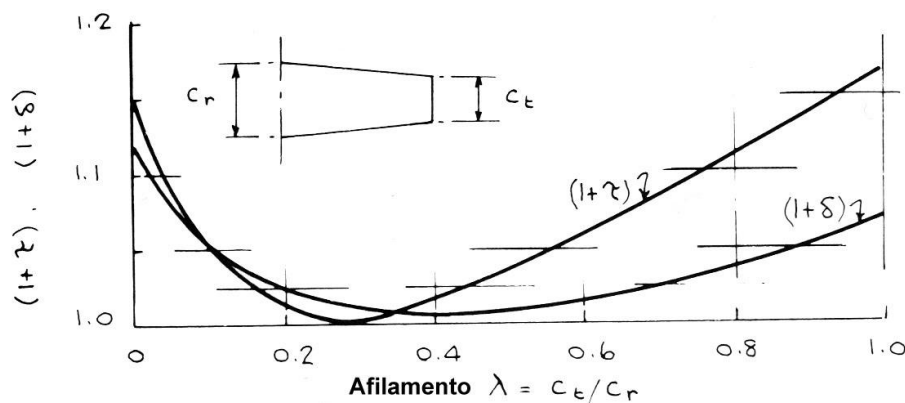
- Como primeira aproximação pode ter-se:

$$\frac{1}{1 + \tau} = e_w \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{e_w} - 1$$

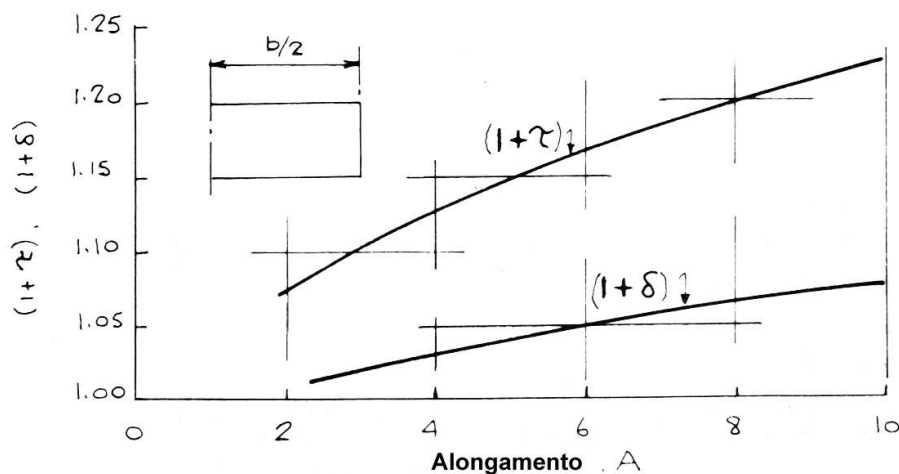


5. Sustentação

- Correções para distribuição não elítica:



$$1 + \delta = \frac{1}{e}$$





5. Sustentação

- O declive da curva de sustentação subsónica é:

$$a = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{4 + \frac{A^2 \beta^2}{\eta^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{t\max}}{\beta^2}\right)}} \frac{S_{\text{exposed}}}{S} F$$

ou

$$a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi A} (1 + \tau)} \frac{S_{\text{exposed}}}{S} F$$

- S_{exposed}/S é a área em planta exposta ao ar sobre a área de referência



5. Sustentação

- β^2 é a correção de compressibilidade dada por

$$\beta^2 = 1 - M^2$$

onde M nesta expressão é

$$M = M_\infty \cos \Lambda_{LE}$$

- η é a variação da eficiência do perfil com o número de Mach dada por

$$\eta = \frac{a_0}{2\pi/\beta}$$

- Se a variação de a_0 com o número de Mach não for conhecida pode assumir-se $\eta=0,95$.



5. Sustentação

- F é a correção devido à presença da fuselagem dada por

$$F = 1.07 \left(1 + \frac{D}{b} \right)^2$$

onde D é o diâmetro da fuselagem.

- Se existirem dispositivos na ponta da asa a razão de aspecto aerodinâmica pode ser diferente da razão de aspecto geométrica:

- Para “end plates”: $A_{effective} = A \left(1 + 1.9 \frac{h}{b} \right)$

- Para “winglets”: $A_{effective} = 1.2A$

onde h é a altura do “end plate”.



5. Sustentação

- O declive da curva de sustentação supersónica é:
 - Declive teórico:

$$a = \frac{4}{\beta}$$

com

$$\beta = \sqrt{M^2 - 1} \text{ com } M > \frac{1}{\cos \Lambda_{LE}}$$

- Declive aproximado:

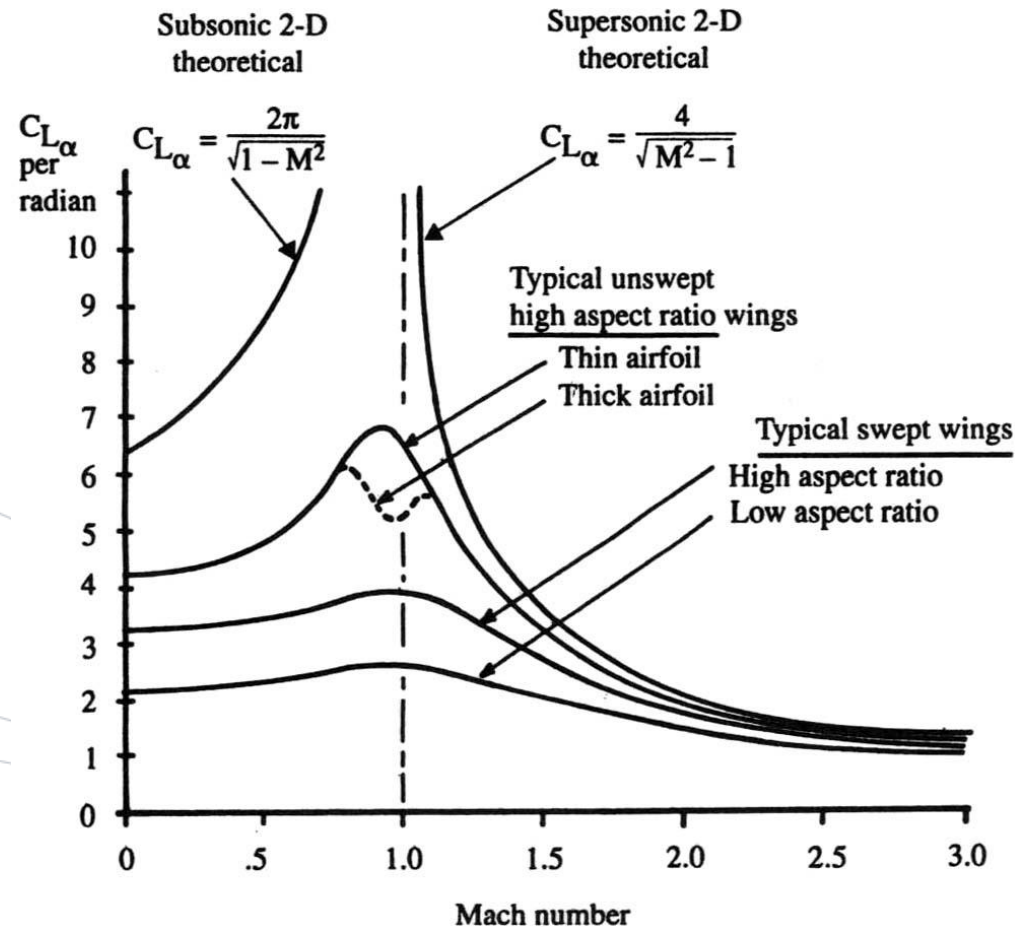
$$a = C_{N\alpha} \frac{S_{exposed}}{S} F$$

onde $C_{N\alpha}$ é a derivada do coeficiente de força normal em ordem ao alfa e pode ser obtido numericamente.



5. Sustentação

- Declive de sustentação da curva transônica:





5. Sustentação

- O coeficiente de sustentação da asa pode ser dado por:

$$C_{LW} = a(\alpha - \alpha_0)$$

ou

$$C_{LW} = a_0(\alpha - \alpha_i - \alpha_0)$$

$$C_{LW} = C_l(\alpha_e) - a_0\alpha_i \quad \text{para} \quad \alpha = \alpha_e + \alpha_i$$

- O ângulo de ataque, α , é o ângulo de ataque da superfície sustentadora, seja asa ou empenagem



5. Sustentação

- Pode assumir-se que o incremento do ângulo de perda da curva acima para a curva real é igual ao do perfil:

$$\Delta\alpha_{CLmax} \approx \Delta\alpha_{Clmax}$$

- O coeficiente de sustentação total é:

$$C_L = C_{Lw} + \eta_h \frac{S_h}{S_w} C_{Lh}$$

onde C_{Lh} é o coeficiente de sustentação da empenagem horizontal para equilíbrio como visto anteriormente e η_h é

$$\eta_h = \frac{V_h}{V}$$



5. Sustentação

- Downwash da asa:

$$\varepsilon = 2\alpha_i$$

- Este valor tem que ser corrigido para estimar posteriormente a incidência da empenagem horizontal.



5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo para razões de aspeto grandes:

$$C_{Lmax} = 0,9 C_{lmax} \cos \Lambda_{c/4}$$

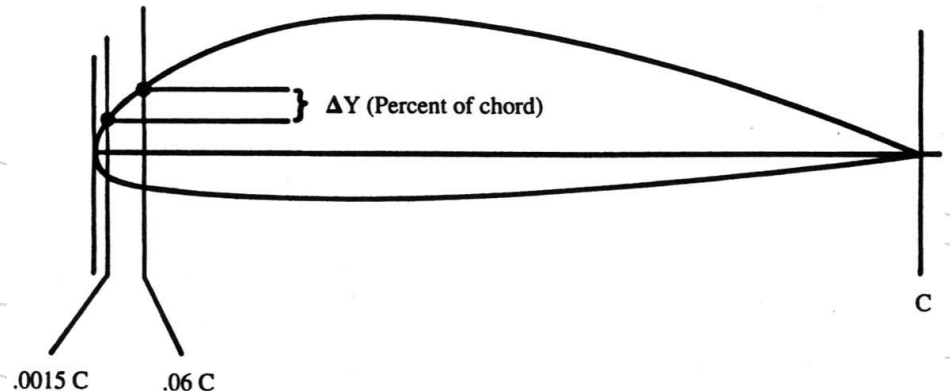
ou

$$C_{Lmax} = C_{lmax} \left(\frac{C_{Lmax}}{C_{lmax}} \right) + \Delta C_{Lmax}$$

onde

$$\left(\frac{C_{Lmax}}{C_{lmax}} \right) = f_1(\Lambda_{LE}, \Delta Y)$$

$$\Delta C_{Lmax} = f_2(\Lambda_{LE}, M)$$





5. Sustentação

- Outras alternativas são:

$$C_{Lmax} = \frac{1}{1 + \frac{C_{lmax}}{\pi A e}} C_{lmax} \cos \Lambda_{c/4}$$

adaptação da equação do C_L usando a teoria da linha sustentadora

$$C_{Lmax} = \frac{A}{2 + A} C_{lmax} \cos \Lambda_{c/4}$$

semi-empírica

- Ângulo de ataque para coeficiente de sustentação máximo para razões de aspeto grandes:

$$\alpha_{CLmax} = \left(\frac{C_{Lmax}}{a} \right) + \alpha_0 + \Delta \alpha_{CLmax}$$



5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo para razões de aspecto pequenas:

$$C_{Lmax} = (C_{Lmax})_{base} + \Delta C_{Lmax}$$

e

$$\alpha_{CLmax} = (\alpha_{CLmax})_{base} + \Delta \alpha_{CLmax}$$

para

$$A \leq \frac{3}{(C_1 + 1) \cos \Lambda_{LE}}$$

onde

$$(C_{Lmax})_{base} = f_1(\Lambda_{LE}, \Delta Y, C_1, A, \beta) \text{ e } \Delta C_{Lmax} = f_2(\Lambda_{LE}, M, A, C_2)$$

$$(\alpha_{CLmax})_{base} = f_3(\Lambda_{LE}, \Delta Y, C_1, A, \beta) \text{ e } \Delta \alpha_{CLmax} = f_4(\Lambda_{LE}, M, A, C_2)$$

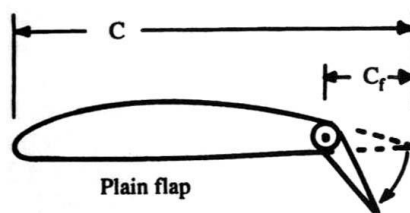
$$C_1 = f_5(\lambda) \text{ e } C_2 = f_6(\lambda)$$



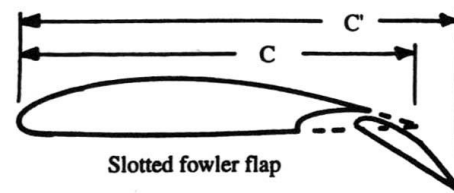
5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo com dispositivos de alta sustentação:

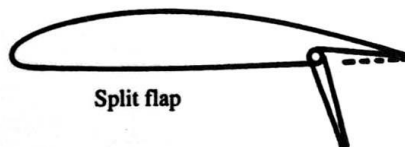
Dispositivos do bordo de fuga.



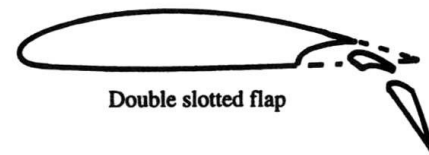
Plain flap



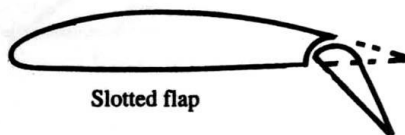
Slotted fowler flap



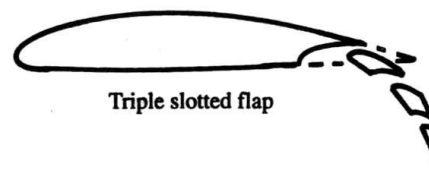
Split flap



Double slotted flap



Slotted flap



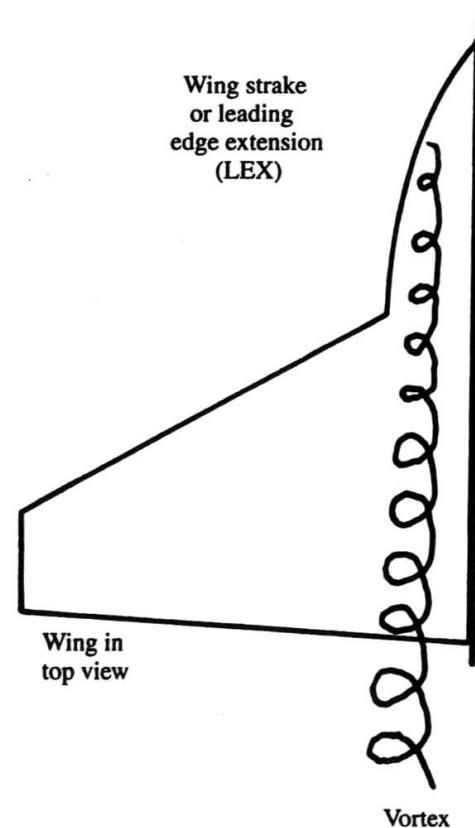
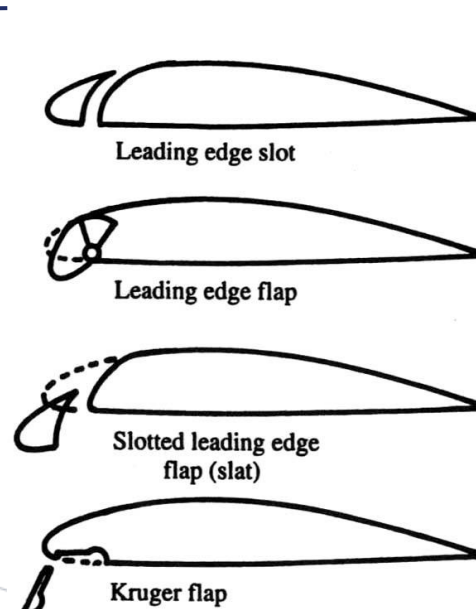
Triple slotted flap



5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo com dispositivos de alta sustentação:

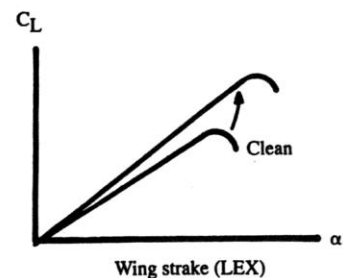
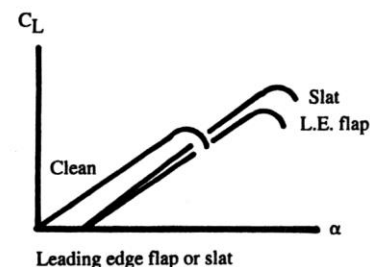
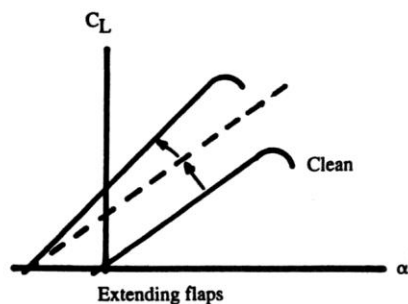
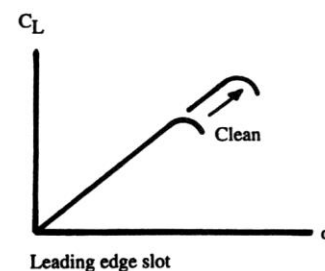
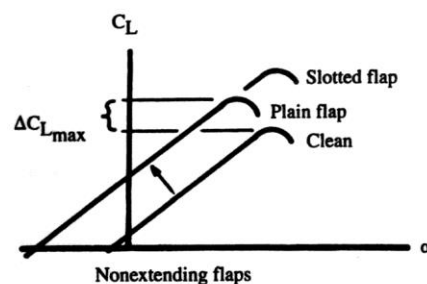
Dispositivos do bordo de ataque.





5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo com dispositivos de alta sustentação:



Efeito dos dispositivos de alta sustentação.



5. Sustentação

- Coeficiente de sustentação máximo com dispositivos de alta sustentação:

$$\Delta C_{Lmax} = 0,9K \Delta C_{lmax} \left(\frac{S_{flapped}}{S} \right) \cos \Lambda_{HL}$$

onde

$K = 1$ na aterragem

$K = 0,6 \sim 0,8$ na descolagem

e

$$\Delta \alpha_0 = (\Delta \alpha_0)_{airfoil} \left(\frac{S_{flapped}}{S} \right) \cos \Lambda_{HL}$$

onde

$(\Delta \alpha_0)_{airfoil} = -15^\circ$ na aterragem

$(\Delta \alpha_0)_{airfoil} = -10^\circ$ na descolagem



5. Sustentação

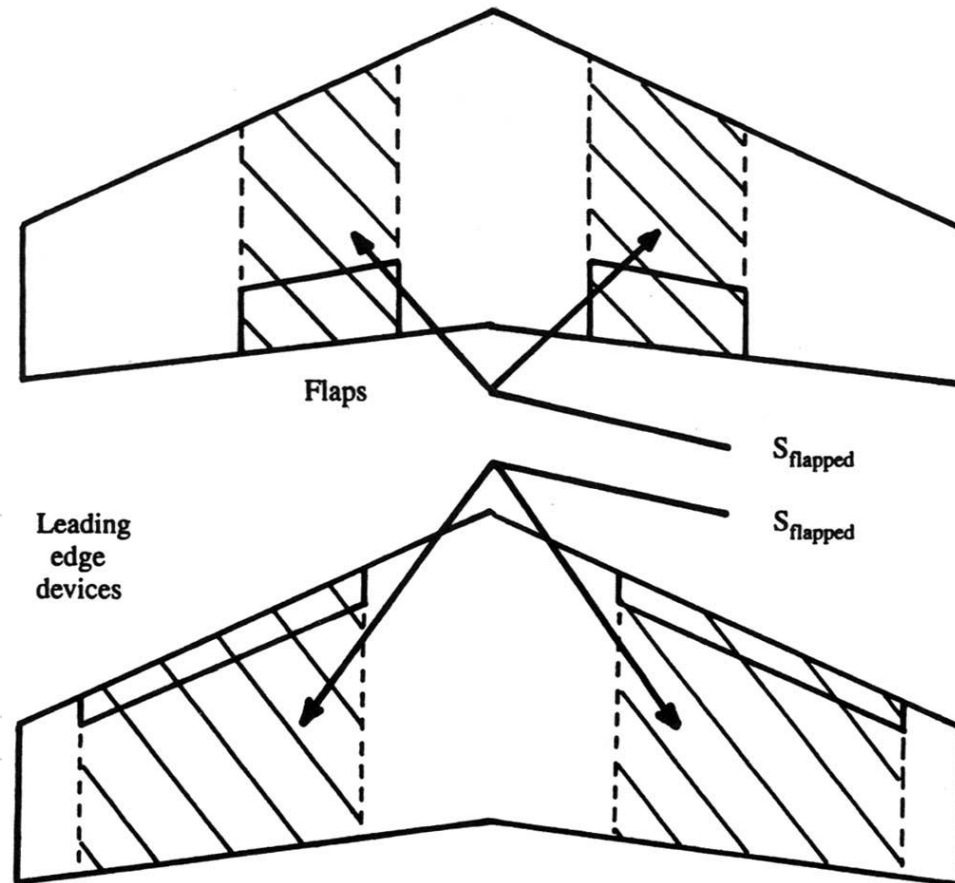
- Coeficiente de sustentação máximo com dispositivos de alta sustentação:

Dispositivo de alta sustentação	ΔC_{lmax}
Flapes	
Simples e “split”	0,9
Fenda	1,3
Fowler	1,3 c’/c
Fenda dupla	1,6 c’/c
Fenda tripla	1,9 c’/c
Dispositivo do bordo de ataque	
Fenda fixa	0,2
Flape do bordo de ataque	0,3
Flape Kruger	0,3
Slat	0,4 c’/c



5. Sustentação

- Área com flap:





6. Arrasto

- Com base no coeficiente de arrasto pode determinar-se o arrasto produzido:
 - D , arrasto da aeronave [N]

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = q S C_D$$

- O arrasto pode ser dividido em duas componentes. O arrasto parasita e o arrasto induzido:

$$D = D_p + D_i = q S (C_{Dp} + C_{Di})$$

$$C_D = C_{Dp} + C_{Di}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto do perfil:

$$C_d = C_d(\alpha_e, Re) \text{ ou } C_d = C_d(C_l, Re)$$

- Exemplos:

$$C_d = C_{d0} + C_{d1}C_l + C_{d2}C_l^2 + \dots + C_{dn}C_l^n$$

$$C_d = C_{dmin} + k(C_l - C_{ldmin})^m$$

- São funções de Re :

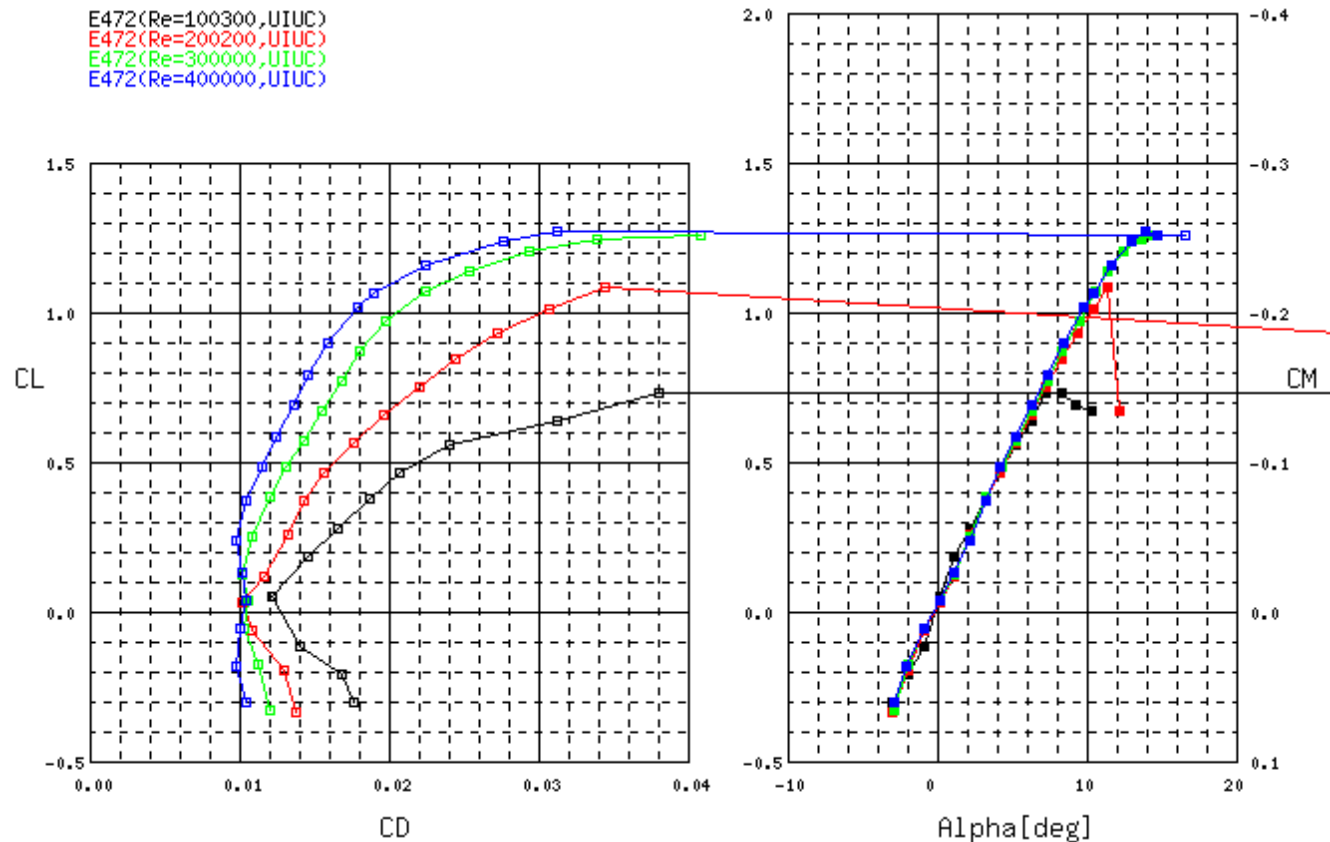
$$C_{d0}; C_{d1}; C_{d2}; \dots; C_{dn}; C_{dmin}; k, C_{ldmin}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Curvas aerodinâmicas do perfil:





6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto parasita da asa:

$$C_{Dpw} = C_d(C_l, Re) \cos \alpha_i \approx C_d(C_l, Re)$$

com

$$C_l = \frac{C_{Lw}}{\cos \alpha_i}$$

- Coeficiente de arrasto parasita das empenagens:

$$C_{Dph} \approx \frac{S_h}{S_w} C_{dh}$$

$$C_{Dpv} \approx \frac{S_v}{S_w} C_{dv}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Outras contribuições para o arrasto parasita:
 - Fuselagem
 - Trem de aterragem
 - Entrada de ar do motor
 - Interferências
 - Protuberâncias
 - Etc.

$$C_{Dprest} = \frac{1}{S_w} \sum_{i=1}^n S_i C_{Dpi}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- O coeficiente de arrasto parasita do resto do avião pode ser estimado com a seguinte expressão mais detalhada:

– Subsónico:

$$C_{D_{prest}} = \frac{1}{S_w} \sum_{i=1}^n C_{f,i} F F_i Q_i S_{wet,i} + C_{D_{misc}} + C_{D_{L\&P}}$$

– Supersónico:

$$C_{D_{prest}} = \frac{1}{S_w} \sum_{i=1}^n C_{f,i} S_{wet,i} + C_{D_{misc}} + C_{D_{L\&P}} + C_{D_{wave}}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de fricção:

- Usar nas equações:

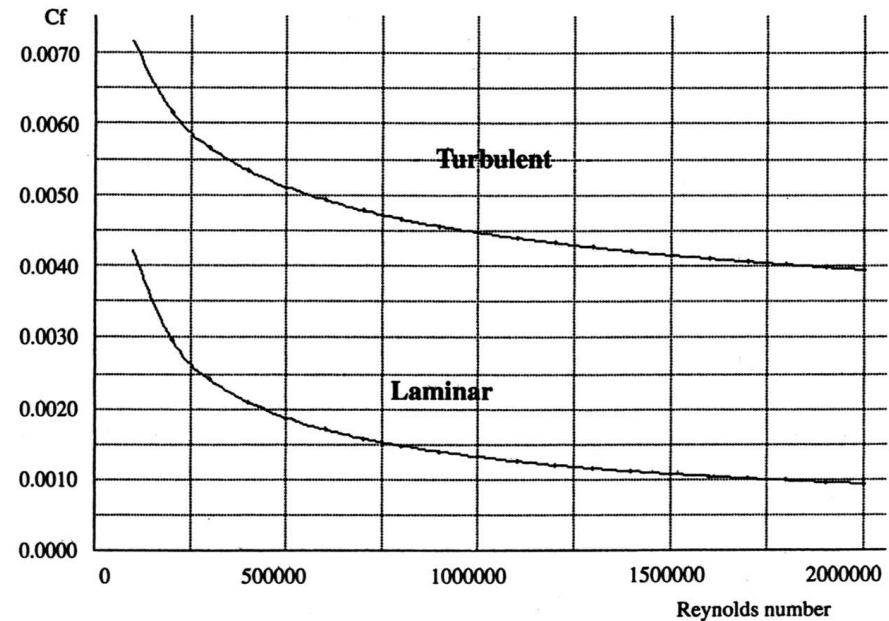
$$Re = \min\left(\frac{\rho V l}{\mu}, Re_{cutoff}\right)$$

- Camada limite laminar:

$$C_f = \frac{1,328}{\sqrt{Re}}$$

- Camada limite turbulenta:

$$C_f = \frac{0.455}{(\log_{10} Re)^{2,58} (1 + 0,144M)^{0,65}}$$





6. Arrasto

Arrasto parasita

- Correção do coeficiente de fricção para a rugosidade da superfície:

- Voo subsónico:

$$Re_{cutoff} = 38,21 \left(\frac{l}{k} \right)^{1,053}$$

- Voo supersónico:

$$Re_{cutoff} = 44,62 \left(\frac{l}{k} \right)^{1,053} M^{1,16}$$

- Tamanho do grão da superfície:

Superfície	k [m]
Pintura de camuflagem em alumínio	$10,15 \times 10^{-6}$
Pintura lisa	$6,34 \times 10^{-6}$
Chapa de metal	$4,05 \times 10^{-6}$
Chapa de metal polida	$1,52 \times 10^{-6}$
Compósito de molde	$0,52 \times 10^{-6}$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- **Fator de forma:**
 - O fator de forma serve para corrigir o coeficiente de arrasto de fricção para ter em conta o arrasto de pressão resultante da forma do corpo.
- Asas, empenagens, montantes e cabides:

$$FF = k_f \left[1 + \frac{0,6}{(x/c)_{tm}} \left(\frac{t}{c} \right) + 100 \left(\frac{t}{c} \right)^4 \right] [1,34M^{0,18}(\cos\Lambda_{tm})^{0,28}]$$

- tm indica na espessura máxima
- $k_f=1,1$ para asas e empenagens com superfícies de comando
- $k_f=1,0$ para outras situações



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Fuselagens e canópias:

$$FF = k_f \left(1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} \right) \text{ com } f = \frac{l}{d} = \frac{l}{\sqrt{4 A_{max}/\pi}}$$

- $k_f < 1,0$ para fuselagens com ângulo de fuga elevado à frente de uma hélice empurra
- $k_f = 1,4$ para fuselagens com lados planos
- $k_f = 1,5$ para fuselagens/flutuadores de hidroaviões/anfíbios
- $k_f = 1,0$ para outras fuselagens
- $k_f = 3,0$ para flutuadores
- $k_f = 1,0$ para canópias feitas numa peça
- $k_f = 1,4$ para canópias feitas em duas peças com para-brisas suave
- $k_f = 3,0$ para canópias com para-brisas plano



6. Arrasto

Arrasto parasita

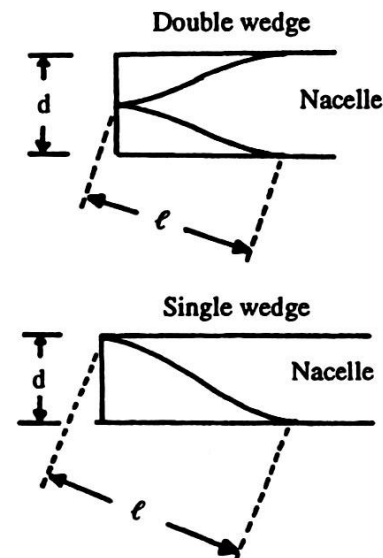
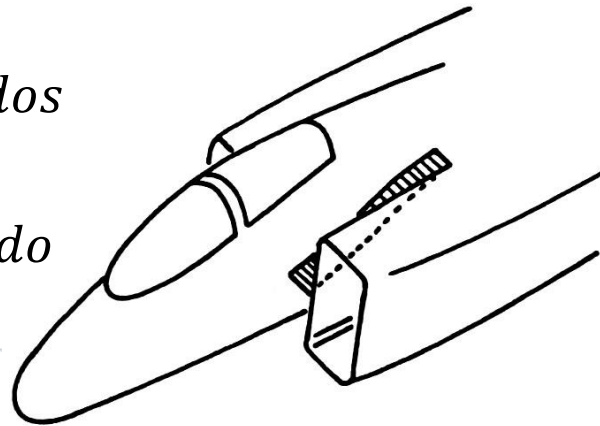
- Nacelas e cargas externas com formas suaves:

$$FF = \left(1 + \frac{0,35}{f}\right) \text{ com } f = \frac{l}{d} = \frac{l}{\sqrt{4 A_{max}/\pi}}$$

- Separadores de camada limite:

$$FF = 1 + \frac{d}{l} \text{ para dois lados}$$

$$FF = 1 + \frac{2d}{l} \text{ para um lado}$$



Fonte: Raymer, 2004



6. Arrasto

Arrasto parasita

- **Fator de interferência:**
 - O arrasto parasita é aumentado devido à interferência mútua entre componentes:

Componente	Q
Nacela ou carga externa montada na fuselagem ou asa	1,50
Nacela ou carga externa montada a menos de um diâmetro de distância	1,30
Nacela ou carga externa montada a mais de um diâmetro de distância	1,00 a 1,30
Míssil montado na ponta da asa	1,25
Asa alta, asa média ou asa baixa com junção cuidada	1,00
Asa baixa sem junção ou com junção pouco cuidada	1,10 a 1,40
Fuselagem	1,00
Separador de camada limite	1,00
Empenagem em V	1,03
Empenagem convencional	1,04 a 1,05
Empenagem em H	1,08



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto dos flaps:

$$\Delta C_{Dflap} = F_{flap} \left(\frac{c_{flap}}{c} \right) \left(\frac{S_{flapped}}{S} \right) (\delta_{flap} - 10)$$

- δ_{flap} é o ângulo de deflexão do flap [graus]
- $\delta_{flap}=20$ a 40° na descolagem
- $\delta_{flap}=40$ a 70° na aterragem
- $F_{flap}=0,0144$ para flaps simples
- $F_{flap}=0,0074$ para flaps de fenda



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto de travões aerodinâmicos:

$$\Delta C_{Dpbrake} = F_{brake} \left(\frac{S_{brake}}{S_w} \right)$$

- $F_{brake}=1,0$ para travões aerodinâmicos montados na fuselagem
- $F_{brake}=1,6$ para travões aerodinâmicos montados nas asas a $0,6/c$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto do trem de aterragem:

$$\Delta C_{Dgear} = F_{gear} \left(\frac{D/q}{A_{frontal}} \right) \left(\frac{A_{frontal}}{S_w} \right)$$

- $F_{gear}=1,20$ para trem fixo
- $F_{gear}=1,27$ para trem retrátil

Componente	$(D/q)/A_{frontal}$
Roda e pneu	0,25
Segunda roda e pneu em tandem	0,15
Roda e pneu carenados	0,18
Roda e pneu com carenagem	0,13
Montante ou perna aerodinâmica $1/6 < t/c < 1/3$	0,05
Montante, perna redonda e arame	0,30
Perna achatada de lâmina	1,40
Garfo, fixação irregular, etc.	1,00 a 1,40



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto devido ao ângulo de fuga da fuselagem:
 - Muitos aviões de transporte possuem ângulos pronunciados na traseira da fuselagem
 - Neste caso, pode considerar-se um aumento do C_{Dp} dado por:

$$\Delta C_{Du} = 3,83u^{2,5} \left(\frac{A_{max}}{S_w} \right)$$

- u é o ângulo de fuga da fuselagem [radianos]
- A_{max} é a área da secção transversal máxima da fuselagem



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto devido à base da fuselagem:
 - Voo subsónico:

$$\Delta C_{Dbase} = [0,139 + 0,419(M - 0,161)^2] \left(\frac{A_{base}}{S_w} \right)$$

- Voo supersónico:

$$\Delta C_{Dbase} = [0,064 + 0,042(M - 3,84)^2] \left(\frac{A_{base}}{S_w} \right)$$

- A_{base} é a área da secção base da fuselagem



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente devido à canópia:

$$\Delta C_{Dcanopy} = \left(\frac{D/q}{A_{frontal}} \right) \left(\frac{A_{frontal}}{S_w} \right)$$

Tipo de canópia	$(D/q)/A_{frontal}$
Párabrisas com arestas suaves	0,07
Párabrisas com arestas pronunciadas	0,15
Canópia aberta	0,50

Adaptado de: Raymer, 2004

- Coeficiente de arrasto de refrigeração do motor:

$$\Delta C_{Dcool} = \frac{\dot{m}(V - V_{exit})}{qS_w}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- V_{exit} é a velocidade do ar à saída do compartimento do motor
 - $\dot{m}$ é o caudal de ar de refrigeração
- Soma dos vários incrementos do coeficiente de arrasto parasita:

$$C_{Dmisc} = \Delta C_{Dflap} + \Delta C_{Dbrake} + \Delta C_{Dgear} + \Delta C_{Du} + \Delta C_{Dbase} + \Delta C_{Dcanopy} + \Delta C_{Dcool}$$



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto devido a fugas e protuberâncias:
 - Fugas de ar dentro e fora da aeronave provocam um aumento do arrasto
 - As protuberâncias incluem antenas, luzes, arestas de portas e janelas, ventiladores de combustível, guinhóis de comando exteriores, carenagens de atuadores, rebites ou parafusos salientes, uniões de painéis imperfeitas, etc.

$$C_{DL\&P} = (F_{L\&P} - 1)C_{Dp}$$

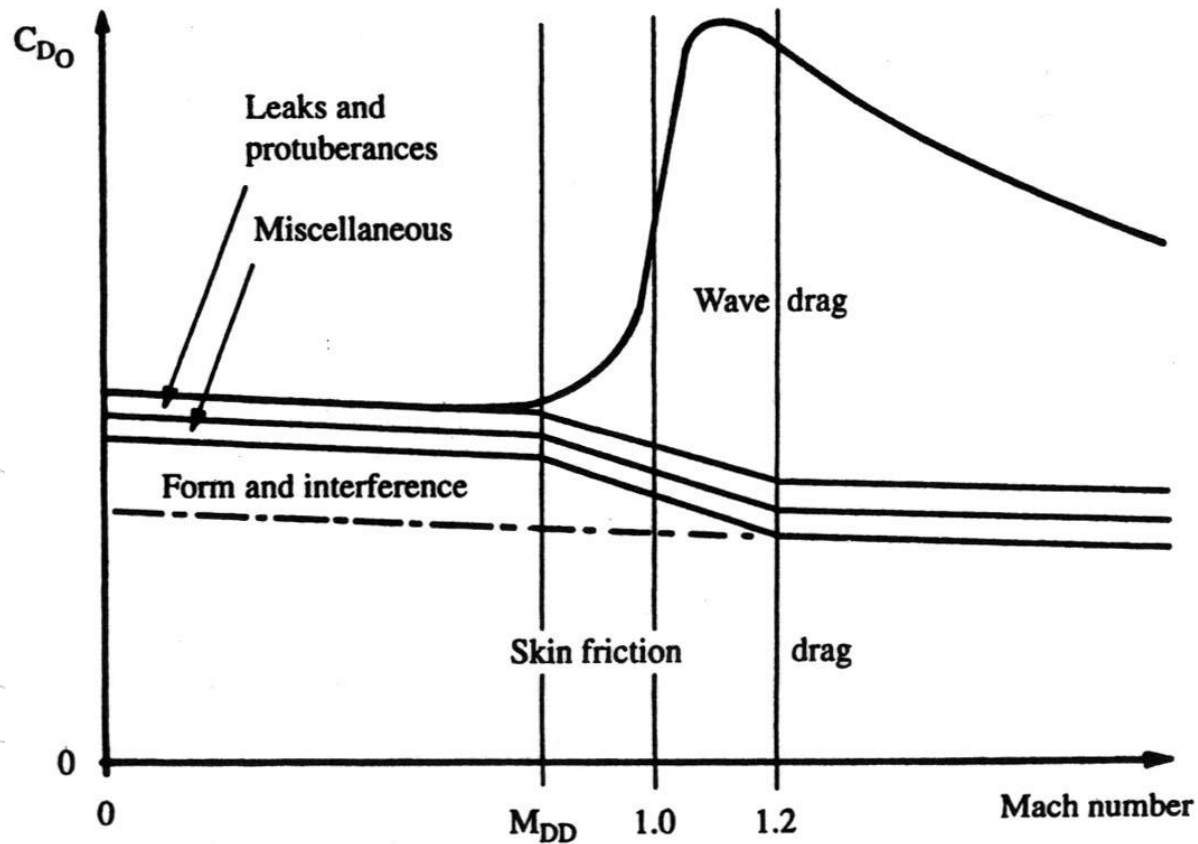
Tipo de aeronave	$F_{L\&P}$
Transportes e bombardeiros a jato	1,02 a 1,05
Aviões a hélice	1,05 a 1,10
Aviões de combate atuais	1,10 a 1,15
Aviões de combate novos	1,05 a 1,10



6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto parasita total:





6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto parasita do Gates Learjet Model 25:

Componente	C_{D0} (baseado em S)	% total
Asa	0,0053	23,45
Fuselagem	0,0063	27,88
Tanques da ponta da asa	0,0022	9,73
Nacelas dos motores	0,0012	5,31
Cabides dos motores	0,0003	1,33
EH	0,0016	7,08
EV	0,0011	4,86
Interferência	0,0031	13,72
Rugosidades e frinchas	0,0015	6,64
Total	0,0226	100,00

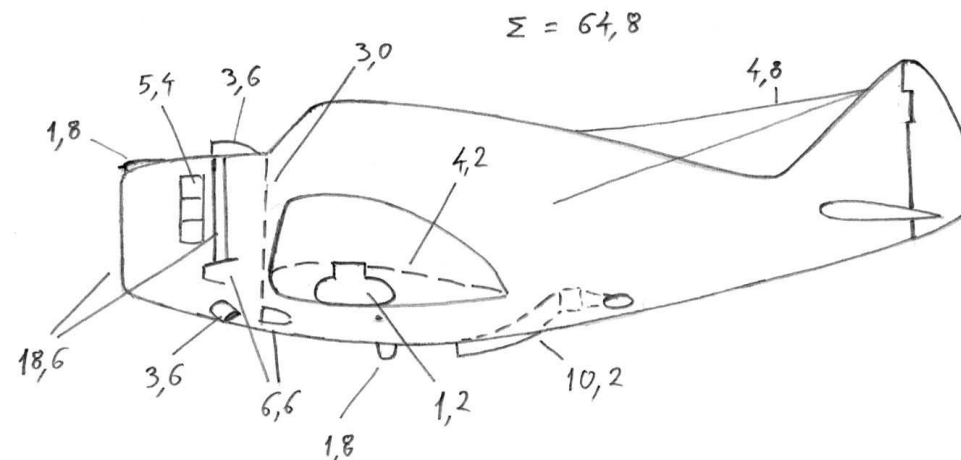
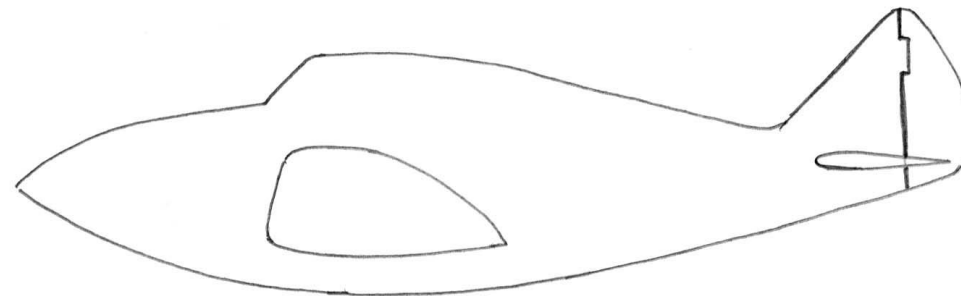




6. Arrasto

Arrasto parasita

- Incremento de coeficiente de arrasto em percentagem do coeficiente de arrasto do avião original limpo:





6. Arrasto

Arrasto parasita

- Coeficiente de arrasto parasita total:

$$C_{Dp} = C_{Dpw} + C_{Dph} + C_{Dpv} + C_{Dprest}$$



6. Arrasto

Arrasto induzido

- Fator de Oswald:

- O fator de arrasto induzido é dado por:

$$K = \frac{1}{\pi A e}$$

- Para o avião completo, o fator de Oswald é aproximado por:

$$e = 1,78(1 - 0,045A^{0,68}) - 0,64 \text{ para } \Lambda_{LE} = 0 \text{ e } M < 1$$

$$e = 4,61(1 - 0,045A^{0,68})(\cos\Lambda_{LE})^{0,15} - 3,1 \text{ para } \Lambda_{LE} > 30^\circ \text{ e } M < 1$$

$$e = \frac{4A\sqrt{M^2 - 1} - 2}{\pi A^2(M^2 - 1)\cos\Lambda_{LE}} \text{ para } M > 1$$



6. Arrasto

Arrasto induzido

- Fator de Oswald:
 - Valores típicos para o avião completo:

$$0,65 \leq e \leq 0,95$$

- Valores típicos para superfícies aerodinâmicas:

$$0,90 \leq e \leq 1,05$$



6. Arrasto

Arrasto induzido

- **Arrasto de balanceamento:**
 - O arrasto de balanceamento resulta da força necessária na empenagem horizontal para equilibrar o avião
 - Numa empenagem horizontal esta força é, normalmente, negativa, o que implica uma sustentação maior na asa para se manter o C_L total da aeronave
 - Estas duas forças de sustentação vão aumentar o arrasto induzido
 - O coeficiente de arrasto induzido com o avião equilibrado é:

$$C_{Dtrimmed} = K[a(\alpha_w - \alpha_{0w})]^2 + \eta_h \left(\frac{S_h}{S_w} \right) K_h C_{Lh}^2$$



6. Arrasto

Arrasto induzido

- Coeficiente de arrasto induzido total:
 - A equação anterior pode ser escrita noutra forma

$$C_{Di} = C_{Diw} + \eta_h \left(\frac{S_h}{S_w} \right) C_{Dih}$$

- Para a asa

$$C_{Diw} = \frac{C_{Lw}^2}{\pi A_w e_w}$$

- Para a empenagem horizontal

$$C_{Dih} = \frac{C_{Lh}^2}{\pi A_h e_h}$$



6. Arrasto

Arrasto induzido

- Efeito dos flaps:
 - Os flaps modificam a distribuição de sustentação:

$$\Delta C_{Di\,flap} = K_{flap}^2 \Delta C_{L\,flap}^2 \cos \Lambda_{c/4}$$

- $K_{flap}=0,14$ para flaps em toda a envergadura
- $K_{flap}=0,28$ para flaps em meia envergadura

- Efeito de solo:
 - Quando a asa está próxima do solo, o coeficiente de arrasto induzido reduz devido à redução do “downwash”:

$$\frac{K_g}{K} = \frac{33 \left(\frac{h}{b}\right)^{1,5}}{1 + 33 \left(\frac{h}{b}\right)^{1,5}}$$

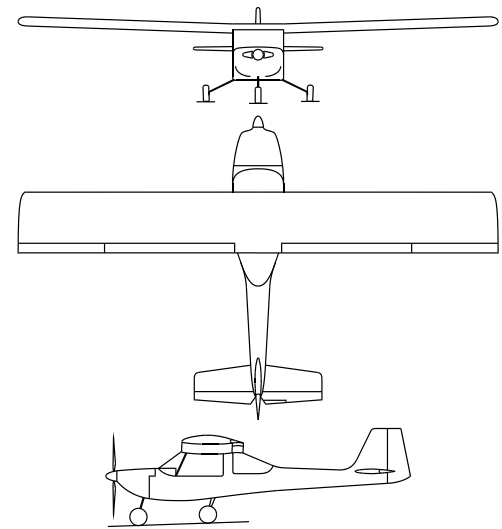
onde h é a distância vertical do centro aerodinâmico ao solo



6. Arrasto

Arrasto total

- Arrasto da aeronave Sagres:



Componente	Cruzeiro		Subida	
	C_D	%	C_D	%
Asa	0,0106	44,9	0,0164	57,7
Fuselagem	0,0053	22,5	0,0051	18,0
EH	0,0021	8,9	0,0013	4,6
EV	0,0004	1,7	0,0004	1,4
Entrada de ar	0,0013	5,5	0,0013	4,6
Interferência	0,0023	9,7	0,0023	8,1
Rugosidades e frinchas	0,0016	6,8	0,0016	5,6
Total	0,0236	100,0	0,0284	100,0
Trem carenado	0,0020	8,5	0,0020	7,0
Total	0,0256	108,5	0,0304	107,0
Trem não carenado	0,0048	20,3	0,0048	16,9
Total	0,0284	120,3	0,0332	116,9



6. Arrasto

Arrasto total

- Arrasto da aeronave Sagres:
 - Efeito do arrasto do trem na velocidade de cruzeiro:
 - Sabendo que a potência no cruzeiro é $P = 0,5\rho V^3 S C_D$ e pondo $P = \text{const}$, então:
 - $V^3 \propto 1/C_D$ ou $V_2/V_1 = (C_{D1}/C_{D2})^{1/3}$;
 - Um aumento de 8,5% no C_D resulta em:
 - $V_2/V_1 = (100,0/108,5)^{1/3} = 0,973$;
 - Redução de 2,7% na velocidade ($V_1 = 200 \text{ km/h}$ e $V_2 = 195 \text{ km/h}$);
 - Um aumento de 20,3% no C_D resulta em:
 - $V_2/V_1 = (100,0/120,3)^{1/3} = 0,940$;
 - Redução de 6,0% na velocidade ($V_1 = 200 \text{ km/h}$ e $V_2 = 188 \text{ km/h}$);
 - Para realizar um voo de 500 km demora-se mais 10 min;
 - Para um consumo médio de 15 l/h resulta em cerca de mais 2,5 l de combustível (aproximadamente 4,00 €).



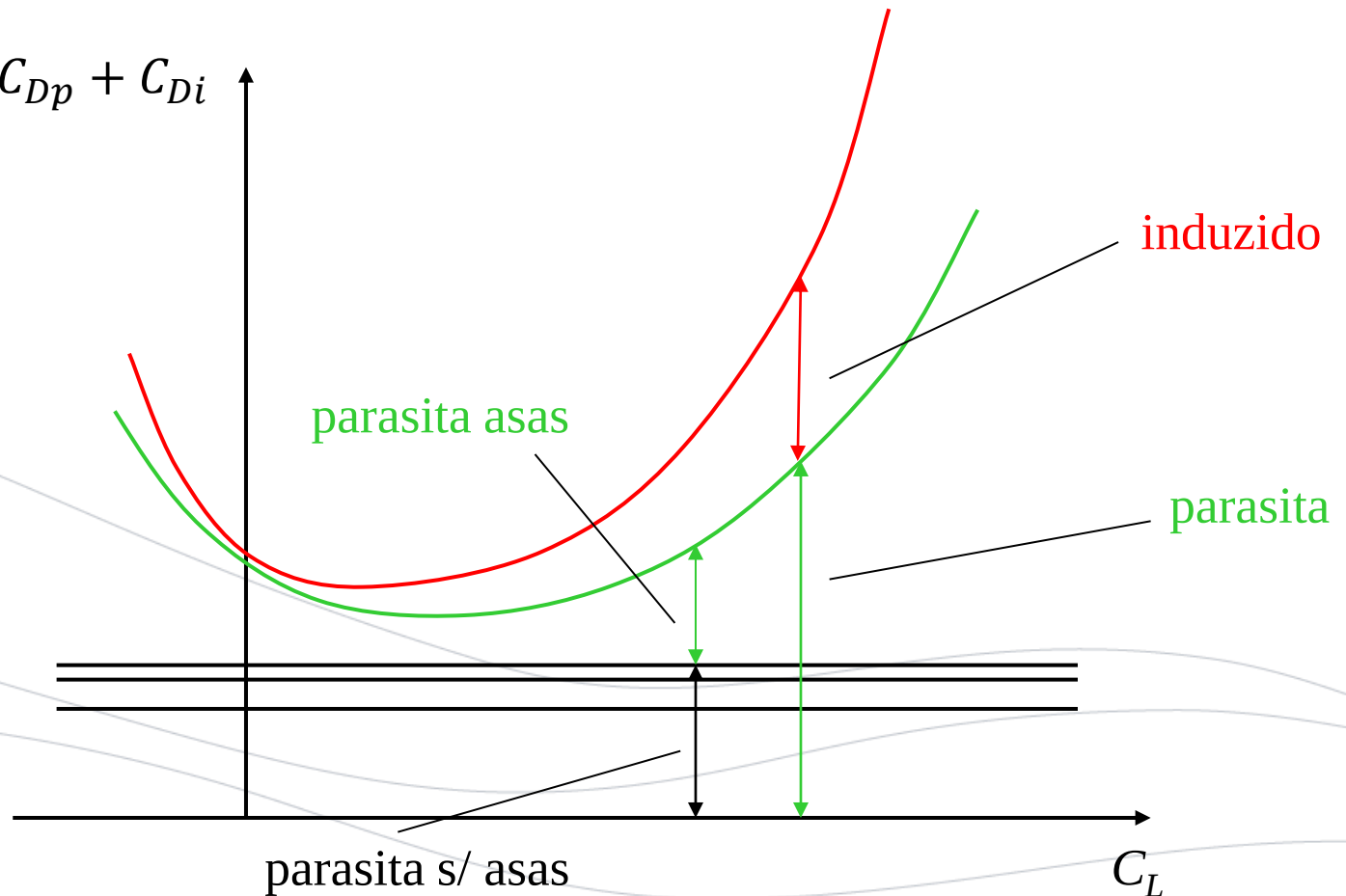
6. Arrasto

Arrasto total

- Coeficiente de arrasto total:

$$C_D = C_{Dp} + C_{Di}$$

Aerodinâmica

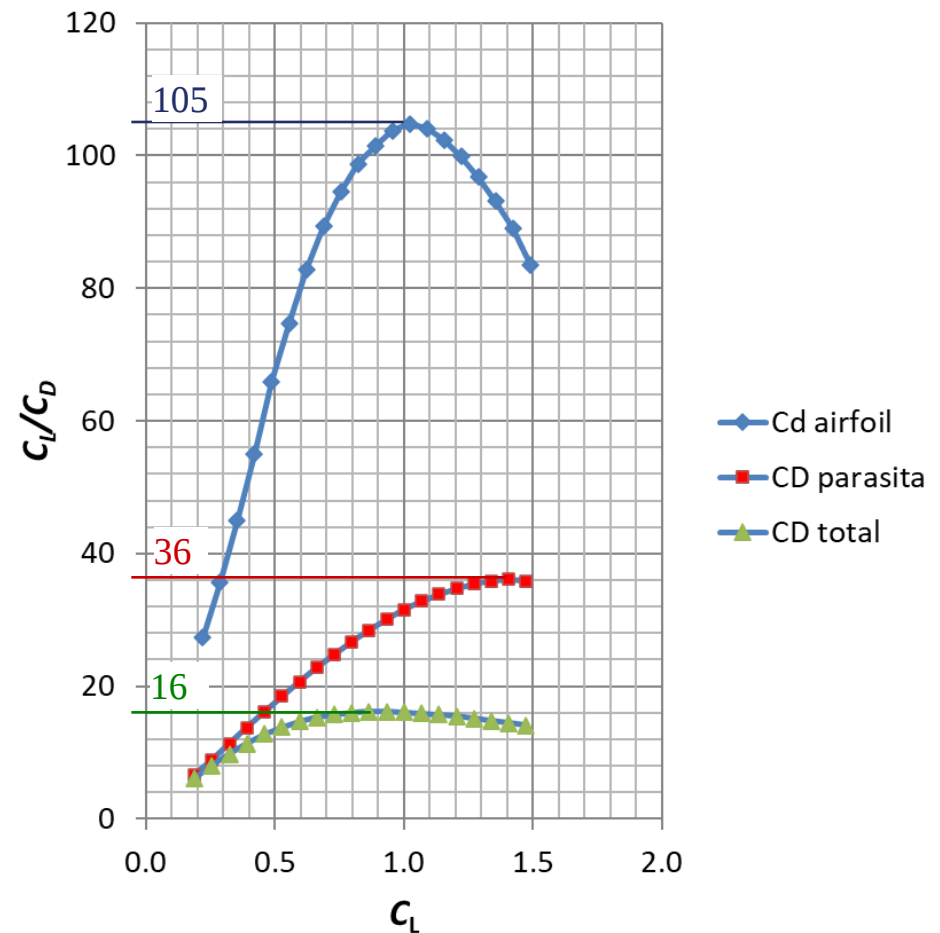
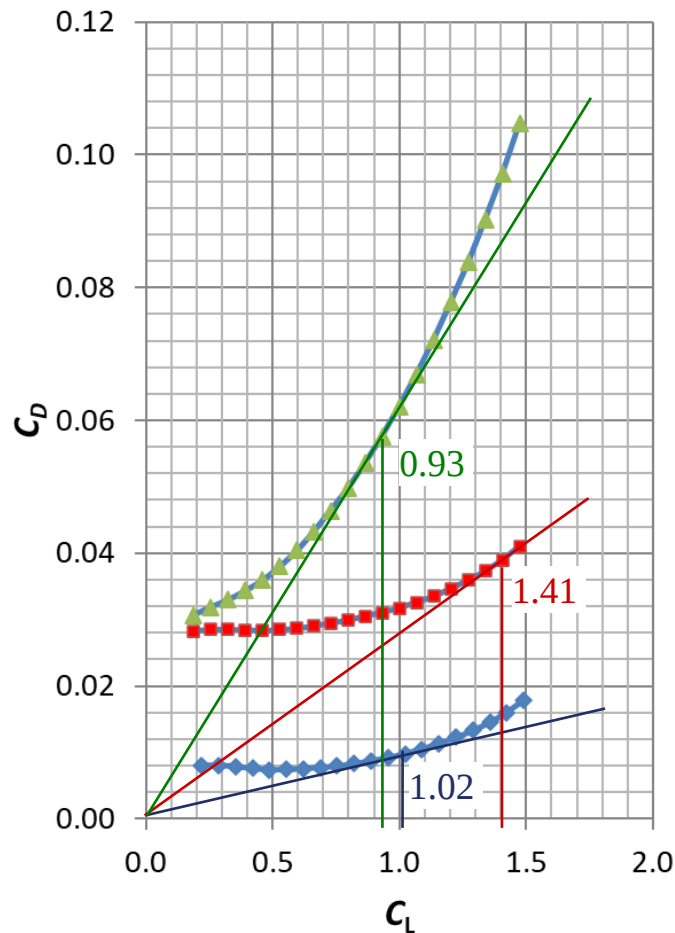




6. Arrasto

Arrasto total

- Efeito no C_L de projeto:





7. Momento de arfagem

- Coeficiente de momento do perfil:

$$C_m = C_m(\alpha_e, Re) \text{ ou } C_m = C_m(C_l, Re)$$

- Estas funções também dependem do Re

- Coeficiente de momento da asa:

- Asas com valores altos de razão de aspecto e pequenos de enflechamento, afilamento e torção:

$$C_{Mw} \approx C_m$$

- Com efeitos de razão de aspecto e enflechamento:

$$C_{Mw} = C_m \left(\frac{A \cos^2 \Lambda}{A + 2 \cos \Lambda} \right)$$



7. Momento de arfagem

- Coeficiente de momento da fuselagem e nacelas:

$$C_{Mfus} = C_{M0fus} + C_{M\alpha fus}\alpha$$

- O coeficiente de momento para α nulo é

$$C_{M0fus} = \frac{0.8K_{F1}W_{fus}^2L_{fus}}{36.5c_wS_w}(\alpha_{0w} + i_w + i_f)$$

- O ângulo α é a incidência da linha de curvatura da fuselagem relativamente ao eixo de referência (em graus).
- O parâmetro K_{F1} corrige para a esbeltez da fuselagem:

$$K_{F1} = 0.59881 + 0.05269\left(\frac{L_{fus}}{D_{fus}}\right) - 0.00236\left(\frac{L_{fus}}{D_{fus}}\right)^2 + 0.00003\left(\frac{L_{fus}}{D_{fus}}\right)^3$$



7. Momento de arfagem

- Coeficiente de momento da fuselagem e nacelas:

$$C_{M\alpha fus} = \frac{K_{F2} W_{fus}^2 L_{fus}}{57.3 S_w c_w}$$

- As unidades são grau⁻¹
- O parâmetro K_{F2} corrige para a posição relativa da asa na fuselagem:

$$K_{F2} = 0.00182 + 0.05202 \left(\frac{x_w}{L_{fus}} \right) - 0.32683 \left(\frac{x_w}{L_{fus}} \right)^2 \\ + 0.99897 \left(\frac{x_w}{L_{fus}} \right)^3 - 0.65736 \left(\frac{x_w}{L_{fus}} \right)^4$$

onde x_w é medido a partir do início da fuselagem



7. Momento de arfagem

- Coeficiente de momento total:

$$C_{M0} = C_{Mw} + C_{Mfus}$$

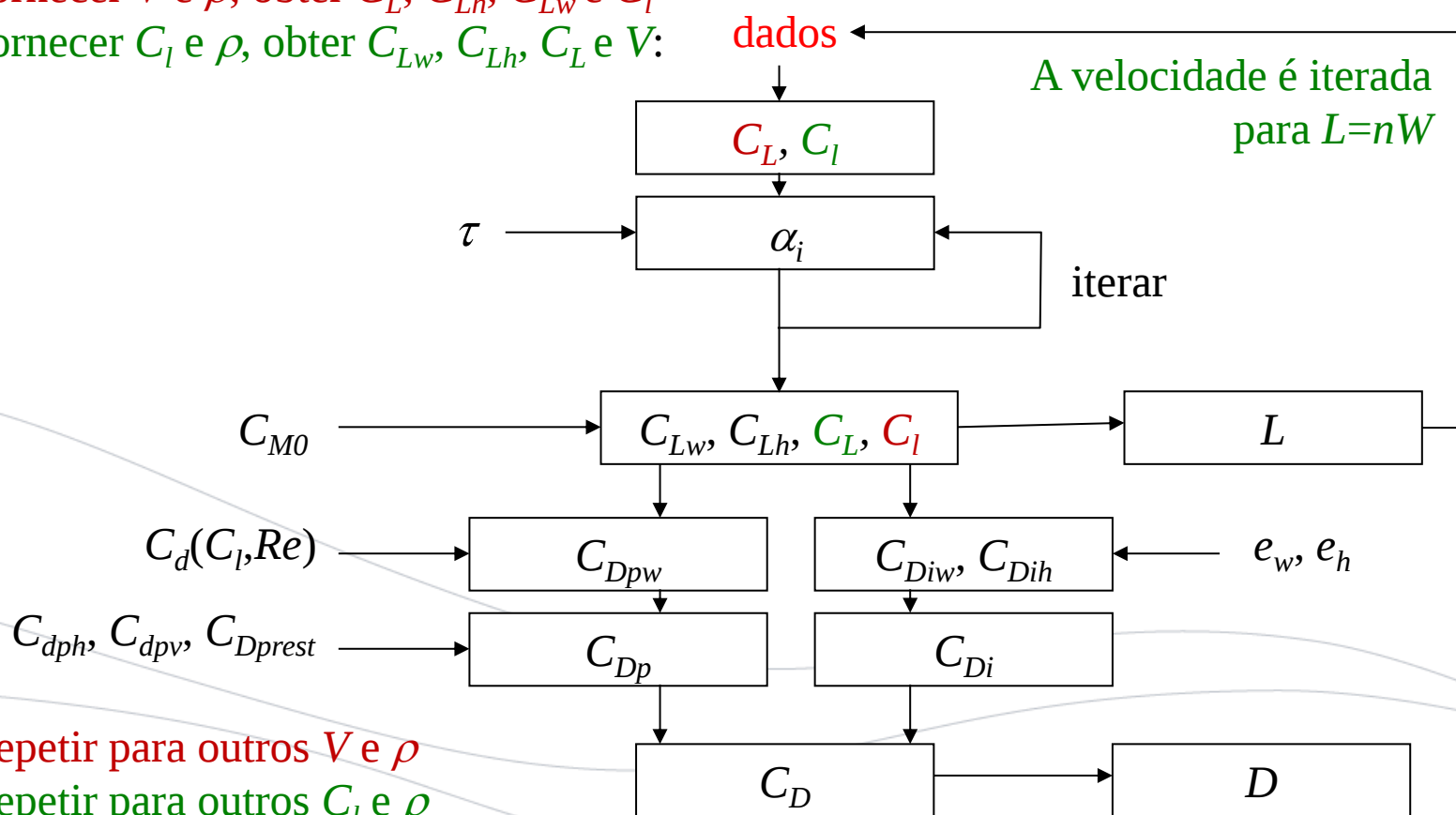


8. Exemplo de implementação

2 modos de cálculo:

Fornecer V e ρ , obter C_L , C_{Lh} , C_{Lw} e C_l

Fornecer C_l e ρ , obter C_{Lw} , C_{Lh} , C_L e V :



Repetir para outros V e ρ

Repetir para outros C_l e ρ



9. Efeito de solo

- Sustentação:
 - A proximidade do solo altera o escoamento em torno da asa
 - Para α baixos existe um efeito de “upwash” induzido e aumento de arqueamento, o que resulta num incremento do C_L
 - Para α altos existe uma redução na velocidade efetiva do escoamento, o que resulta numa redução no C_L e C_{Lmax} – pode existir bloqueio ou reversão de escoamento no intradorso
 - O C_L em efeito de solo é dado pela expressão:

$$\frac{C_{Lg}}{C_L} = 1 + \sigma - \frac{\sigma A \cos \Lambda_{c/2}}{2 \cos \Lambda_{c/2} + \sqrt{A^2 + (2 \cos \Lambda_{c/2})^2}} - \frac{\beta}{4\pi h/c_g} \times \left(C_L - \frac{C_{La}}{16h/c_g} \right)$$



9. Efeito de solo

- Sustentação (cont.):

- As funções de efeito de solo σ e β são dadas por:

$$\sigma = e^{\left[-2.48(2h_{\text{ef}}/b)^{0.768}\right]}$$

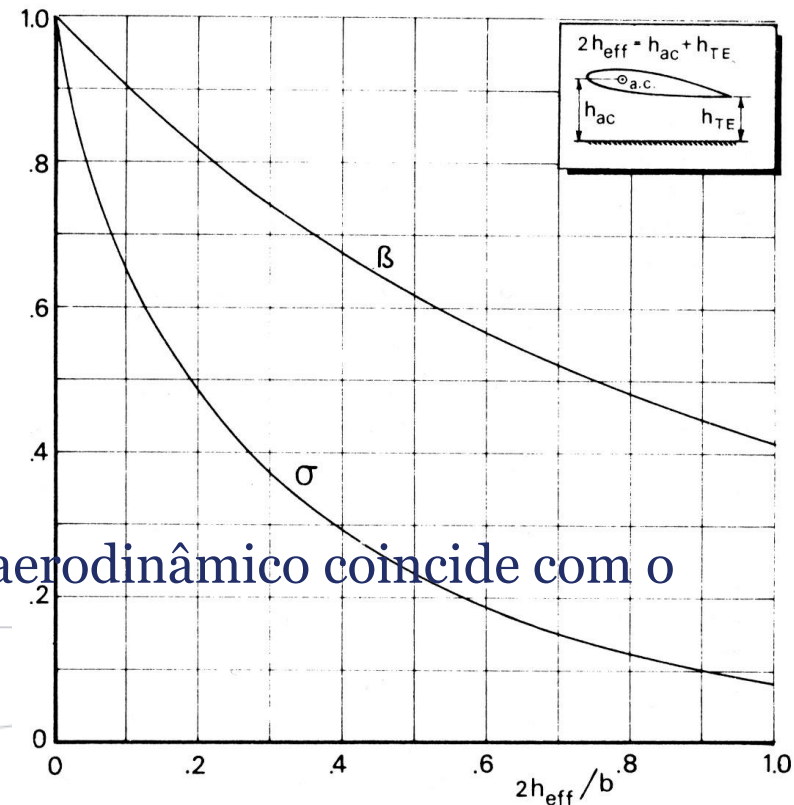
$$\beta = \sqrt{1 + (2h_{\text{ef}}/b)^2} - 2h_{\text{ef}}/b$$

- A altura efetiva é dada por:

$$h_{\text{ef}} = \frac{1}{2}(h_{\text{ac}} + h_{\text{te}})$$

- Ou, assumindo que o centro aerodinâmico coincide com o ponto $c/4$:

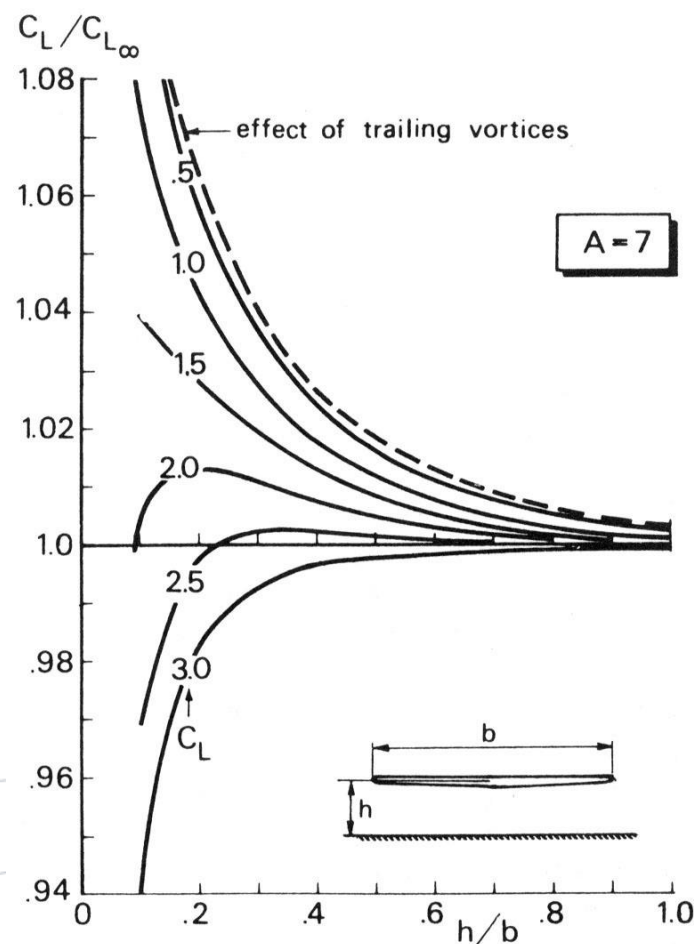
$$h_{\text{ef}} = 2h_{\text{ac}} - \frac{3}{4}c_g \sin \alpha$$





9. Efeito de solo

- Sustentação (cont.):
 - Por exemplo, para uma asa com razão de aspecto 7 e enflechamento nulo tem-se:





9. Efeito de solo

- Arrasto:

- Existe uma redução na intensidade dos vórtices de ponta de asa, logo o arrasto induzido também reduz
- O coeficiente de arrasto induzido em efeito de solo é dado por:

$$C_{Di} = \frac{1 - \sigma}{1 - \frac{\beta C_L}{4\pi h/c_g}} C_{Di}$$

- Uma vez que existe uma redução da velocidade do escoamento, o coeficiente de arrasto parasita da asa também tem um decréscimo:

$$C_{Dpg} = \left(1 - \frac{\beta C_L}{4\pi h/c_g} \right) C_{Dp}$$



9. Efeito de solo

- “Downwash”:
 - A redução do “downwash” da asa vai aumentar o ângulo de ataque da empenagem horizontal
 - Isto resulta num aumento de sustentação da E.H., que tem que ser compensado por uma deflexão do leme de profundidade
 - O deslocamento do centro de pressão da asa devido ao efeito de solo também tem que ser compensado por uma deflexão do leme
 - Como primeira aproximação :

$$\left(\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)_g \approx 0.5 \left(\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$



9. Efeito de solo

- WIG (Wing In Ground Effect):

