

**Exemplo 2.04:**

Uma camada de compósito ortotrópico geral está sujeita a uma tensão direta de  $60 \text{ N/mm}^2$  paralela ao eixo  $x$  e outra tensão direta de  $40 \text{ N/mm}^2$  perpendicular ao eixo  $x$ . Estando as camadas longitudinais inclinadas  $45^\circ$  em relação ao eixo  $x$  e sendo as constantes elásticas da camada  $E_1 = 150000 \text{ N/mm}^2$ ,  $E_2 = 90000 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_{12} = 5000 \text{ N/mm}^2$  e  $\nu_{12} = 0,3$ , calcule as extensões diretas paralela e perpendicular ao eixo  $x$  e a extensão de corte referente a  $xy$  da camada.

Pode ver-se que não existe tensão de corte aplicada, pelo que é desnecessário calcular a terceira coluna da equação (2.51).

Começa-se por calcular os elementos  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{22}$ , e  $S_{33}$ . Assim,

$$S_{11} = \frac{1}{E_1} = \frac{1}{150000} = 6.7 \times 10^{-6}$$

$$S_{12} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{0.3}{150000} = -2 \times 10^{-6}$$

$$S_{22} = \frac{1}{E_2} = \frac{1}{90000} = 11.1 \times 10^{-6}$$

$$S_{33} = \frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{5000} = 200 \times 10^{-6}$$

Dado que a camada está inclinada  $45^\circ$  com os eixos  $xy$ , então

$$m = n = \cos \theta = \sin \theta = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

e

$$m^2 = n^2 = \frac{1}{2}$$

$$m^4 = n^4 = m^2 n^2 = m^3 n = m n^3 = \frac{1}{4}$$

$$(m^2 - n^2) = (m n^3 - m^3 n) = (m^3 n - m n^3) = 0$$

$$(m^4 + n^4) = \frac{1}{2}$$

Substituindo estes valores na matriz de transformação obtêm-se os valores de  $\bar{S}$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{11} &= m^4 S_{11} + n^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{33} \bar{S}_{12} \\ &= \left[ \frac{1}{4} \times 6.7 + \frac{1}{4} \times 11.1 + 2 \times \frac{1}{4} \times (-2) + \frac{1}{4} \times 200 \right] \times 10^{-6} = 53.45 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{22} &= n^4 S_{11} + m^4 S_{22} + 2m^2 n^2 S_{12} + m^2 n^2 S_{33} \bar{S}_{12} \\ &= \left[ \frac{1}{4} \times 6.7 + \frac{1}{4} \times 11.1 + 2 \times \frac{1}{4} \times (-2) + \frac{1}{4} \times 200 \right] \times 10^{-6} = 53.45 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{12} = \bar{S}_{21} &= m^2 n^2 S_{11} + m^2 n^2 S_{22} + (m^2 + n^2) S_{12} - m^2 n^2 S_{33} \\ &= \left[ \frac{1}{4} \times 6.7 + \frac{1}{4} \times 11.1 + \frac{1}{2} \times (-2) + \frac{1}{4} \times 200 \right] \times 10^{-6} = -46.55 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{13} = \bar{S}_{31} &= 2m^3 n S_{11} - 2mn^3 S_{22} + 2(mn^3 - m^3 n) S_{12} + (mn^3 - m^3 n) S_{33} \\ &= \left[ 2 \times \frac{1}{4} \times 6.7 - 2 \times \frac{1}{4} \times 11.1 + 2 \times 0 \times (-2) + 0 \times 200 \right] \times 10^{-6} = -2.2 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{S}_{23} = \bar{S}_{32} &= 2mn^3 S_{11} - 2m^3 n S_{22} + 2(m^3 n - mn^3) S_{12} + (m^3 n - mn^3) S_{33} \\ &= \left[ 2 \times \frac{1}{4} \times 6.7 - 2 \times \frac{1}{4} \times 11.1 + 2 \times 0 \times (-2) + 0 \times 200 \right] \times 10^{-6} = -2.2 \times 10^{-6}\end{aligned}$$

A equação (2.51) fica, então,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 53.25 & -46.55 & - \\ -46.55 & 53.25 & - \\ -2.2 & -2.2 & - \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 60 \\ 40 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

e as extensões são

$$\varepsilon_x = 1345 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y = -655 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{xy} = -220 \times 10^{-6}$$