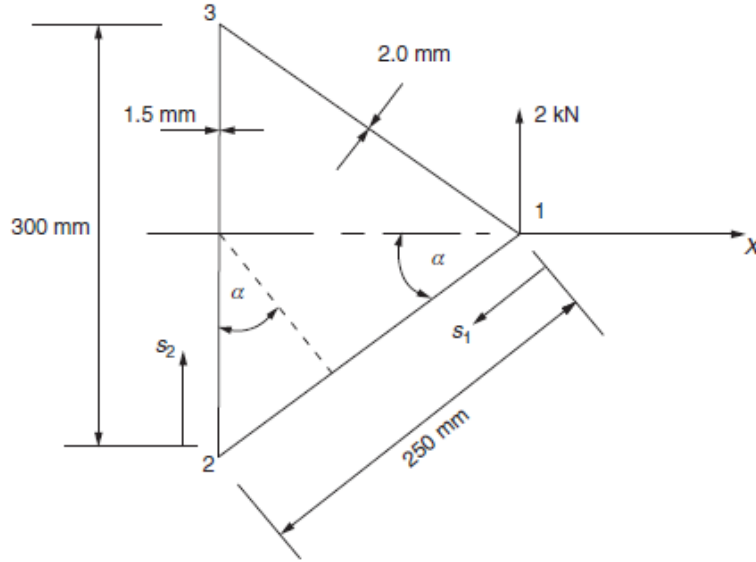


**Exemplo 2.14:**

A secção triangular em compósito de uma viga de paredes finas está mostrada na *figura 2.18*. Esta secção suporta uma força vertical de 2 kN aplicada no seu apex. Se as paredes 12 e 13 tiverem laminados com módulo de Young 45000 N/mm<sup>2</sup> e a alma vertical 23 tiver um laminado com módulo 20000 N/mm<sup>2</sup>, determine a distribuição do fluxo de corte na secção.



**Figura 2.18** Secção da viga do exemplo 2.14.

A equação do fluxo de corte (*equação (2.92)*) é

$$q_s = -E_{Z,i} \left[ \left( \frac{S_X I'_{XX} - S_Y I'_{XY}}{I'_{XX} I'_{YY} - I'^2_{XY}} \right) \int_0^s t_i X ds + \left( \frac{S_Y I'_{YY} - S_X I'_{XY}}{I'_{XX} I'_{YY} - I'^2_{XY}} \right) \int_0^s t_i Y ds \right] + q_{s,0}$$

Como o eixo X é um eixo de simetria, logo  $I'_{XY} = 0$ , e  $S_X = 0$ , a equação do fluxo de corte fica

$$q_s = -E_{Z,i} \frac{S_Y}{I'_{XX}} \int_0^s t_i Y ds + q_{s,0} \quad (i)$$

Das *equações (2.89)* tem-se, para o segundo momento de área modificado em torno do eixo X,

$$I'_{XX} = \int_A E_{Z,i} Y^2 dA = 2 \times \left( E_Z \frac{th^3 \sin^2 \alpha}{3} \right)_{\text{oblíquo}} + \left( E_Z \frac{th^3}{12} \right)_{\text{vertical}}$$

onde  $t$  é a espessura e  $h$  o comprimento da parede. Substituindo para os valores dados, tem-se

$$I'_{XX} = 2 \times \left[ 45000 \times \frac{2 \times 250^3 (150/250)^2}{3} \right] + 20000 \times \frac{1.5 \times 300^3}{12}$$

$$= 337.5 \times 10^9 + 67.5 \times 10^9 = 405 \times 10^9 \text{ Nmm}^2$$

12, Vamos “cortar” a secção no ponto 1. Calculando o  $q_b$  da *equação (i)*, tem-se, para a parede

$$q_{b,12} = -E_{Z,12} \frac{S_Y}{I'_{XX}} \int_0^{s_1} t_{12} Y ds_1 = -45000 \times \frac{2 \times 10^3}{405 \times 10^9} \int_0^{s_1} 2(-s_1 \sin \alpha) ds_1$$

Como  $\sin \alpha = 150/250 = 0.6$ , então

$$q_{b,12} = 1.33 \times 10^{-4} s_1^2 \quad (\text{ii})$$

No ponto 2 tem-se

$$q_{b,2} = 8.33 \text{ N/mm}$$

Na parede 23, tem-se

$$q_{b,23} = -E_{Z,23} \frac{S_Y}{I'_{XX}} \int_0^{s_2} t_{23} Y ds_2 + q_{b,2} = -20000 \times \frac{2 \times 10^3}{405 \times 10^9} \int_0^{s_2} 1.5(-150 + s_2) ds_2 + 8.33$$

Daqui obtém-se

$$q_{b,23} = -7.41 \times 10^{-5} s_2^2 + 0.022 s_2 + 8.33 \quad (\text{iii})$$

Tirando momentos (momentos internos iguais a momentos externos) em torno do ponto médio da parede 23, assumindo momentos positivos no sentido anti-horário, tem-se

$$S_Y \times 250 \cos \alpha = \oint q_b p ds + 2 A q_{s,0}$$

ou seja

$$2 \times 10^3 \times 250 \cos \alpha = -2 \int_0^{250} q_{b,12} 150 \cos \alpha ds_1 + 2 \times \frac{300}{2} \times (250 \cos \alpha) q_{s,0}$$

Substituindo para a *equação (ii)*, fica-se com

$$\begin{aligned}
2 \times 10^3 &= -2 \int_0^{250} 1.33 \times 10^{-4} s_1^2 \times \frac{150}{250} ds_1 + 2 \times \frac{300}{2} q_{s,0} \\
\Leftrightarrow 1 \times 10^3 &= -1.33 \times 10^{-4} \times 0.6 \int_0^{250} s_1^2 ds_1 + 150 q_{s,0} \\
\Leftrightarrow 1000 &= -1.33 \times 10^{-4} \times 0.6 \times \left. \frac{s_1^3}{3} \right|_0^{250} + 150 q_{s,0} \\
\Leftrightarrow q_{s,0} &= \frac{1}{150} \left( 1000 + 1.33 \times 10^{-4} \times 0.6 \times \frac{250^3}{3} \right)
\end{aligned}$$

o que dá

$$q_{s,0} = 9.44 \text{ N/mm}$$

no sentido anti-horário.

Somando este resultado a cada uma das *equações (ii)* e *(iii)* obtém-se a distribuição de fluxo de corte final

$$\begin{aligned}
q_{12} &= 1.33 \times 10^{-4} s_1^2 - 9.44 \\
q_{23} &= -7.41 \times 10^{-5} s_2^2 + 0.022 s_2 - 1.11
\end{aligned}$$

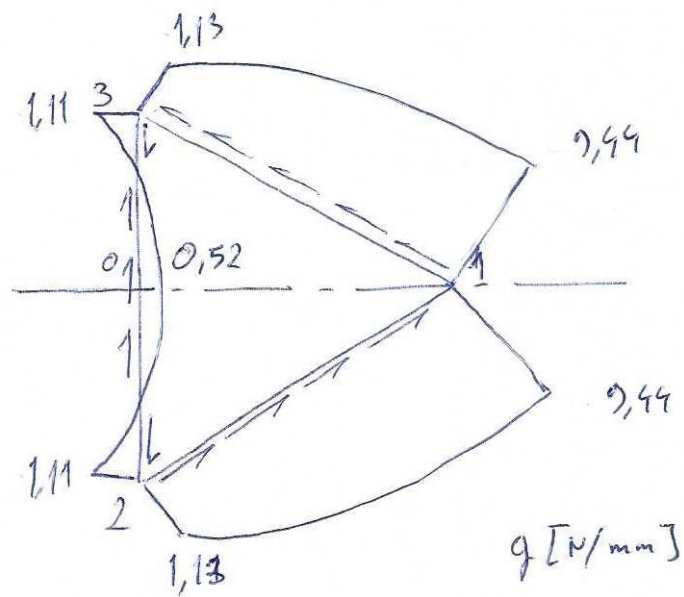
Assim, na parede 12, nos pontos 1 ( $s_1 = 0$ ) e 2 ( $s_1 = 250$  mm), tem-se

$$\begin{aligned}
q_1 &= -9.44 \text{ N/mm} \\
q_2 &= 1.33 \times 10^{-4} \times 250^2 - 9.44 = -1.13 \text{ N/mm}
\end{aligned}$$

e na parede 23, nos pontos 2 ( $s_2 = 0$ ), 0 ( $s_2 = 150$  mm) e 3 ( $s_2 = 300$  mm), tem-se

$$\begin{aligned}
q_2 &= -1.11 \text{ N/mm} \\
q_0 &= -7.41 \times 10^{-5} \times 150^2 + 0.022 \times 150 - 1.11 = 0.52 \text{ N/mm} \\
q_3 &= -7.41 \times 10^{-5} \times 300^2 + 0.022 \times 300 - 1.11 = -1.11 \text{ N/mm}
\end{aligned}$$

A distribuição está representada na *figura 2.18-1*.



**Figura 2.18-1** Distribuição do fluxo de corte na secção da viga.