Exemplo 3.05:
Uma placa infinita contém uma fenda com um comprimento inicial de 0,2 mm e está sujeita a uma tensão repetida cíclica de amplitude 175 N/mm^2. Se a tenacidade à fratura da placa for 1708 N/mm$^{3/2}$ e a taxa de crescimento da fenda for $40\times10^{-15}(\Delta K)^4$ mm/ciclo, determine o número de ciclos até à rutura.

O comprimento da fenda na rutura é dado a partir da expressão

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta K_c}{Y\sqrt{\pi a}} \qquad \text{(i)}$$

ou seja

$$a = \frac{1}{\pi Y^2}\left(\frac{\Delta K_c}{\Delta\sigma}\right)^2 \qquad \text{(ii)}$$

Neste caso, $Y = 1$, $\Delta K_c = 1708\ \text{N/mm}^{3/2}$, $\Delta\sigma = 175\ \text{N/mm}^{3/2}$, logo, o comprimento da fenda na falha catastrófica é

$$a = \frac{1}{\pi}\left(\frac{1708}{175}\right)^2 = 30.3\ \text{mm}$$

A taxa de crescimento (ou velocidade de propagação) da fenda é dada pela Lei de Paris, a *equação (3.14)*,

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \qquad \text{(iii)}$$

Neste problema $C = 40\times10^{-15}$ e $m = 4$.
O número de ciclos até à rutura é dado pelas *equações (3.16)* e *(3.17)*, ou seja

$$N_r = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m}\int_{a_i}^{a_f}\frac{da}{\left(Y\sqrt{\pi a}\right)^m}$$

Esta equação pode ser simplicada para dar

$$N_r = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m}\times\frac{1}{\left(Y\sqrt{\pi}\right)^m}\int_{a_i}^{a_f}\frac{da}{a^{m/2}}$$

No caso de $m > 2$, a solução desta equação é

$$N_r = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^m} \times \frac{1}{\left(Y\sqrt{\pi}\right)^m} \left[\frac{1}{a_i^{m-2/2}} - \frac{1}{a_f^{m-2/2}} \right]$$

Então com, $Y = 1$, $\Delta\sigma = 175$ N/mm$^{3/2}$, $C = 40\times10^{-15}$ e $m = 4$, o número de ciclos até à rutura é

$$N_r = \frac{1}{40\times10^{-15}\times175^4\times\pi^2} \times \left[\frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_f} \right] = 2700.77 \times \left[\frac{1}{0.2} - \frac{1}{30.3} \right] = 13415 \text{ ciclos}$$

Atenção que, se o fator de intensidade de tensão que ocorre quando o comprimento da fenda é a_i, for inferior ao fator de intensidade de tensão do limiar da propagação, a fenda não vai propagar e o número de ciclos será infinito. Por isso, é sempre preciso verificar se existe propagação, usando a expressão

$$a_p = \frac{1}{\pi Y^2} \left(\frac{\Delta K_{lf}}{\Delta\sigma} \right)^2$$

e só haverá propagação se $a_i \geq a_p$.