Exemplo 2.13:
Uma viga de paredes finas tem a secção transversal da *figura 2.17* e está sujeita a um momento fletor de 1000 Nm aplicado no plano vertical. Se os módulos de Young dos laminados das mesas forem E_z = 50000 N/mm^2 e o da alma E_z= 15000 N/mm^2, determine o valor máximo da tensão direta na secção transversal da viga.

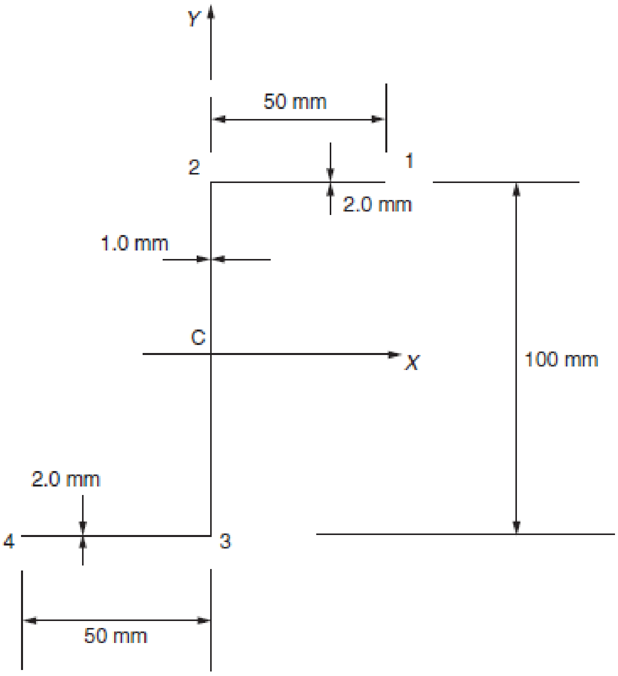

Figura 2.17 Secção da viga do *exemplo 2.13*.

Das *equações (2.89)* tem-se, para os segundos momentos de área modificados,

$$I'_{XX} = \int_A E_{Z,i} Y^2 dA$$
$$I'_{YY} = \int_A E_{Z,i} X^2 dA \qquad \text{(i)}$$
$$I'_{XY} = \int_A E_{Z,i} XY dA$$

Na secção dada tem-se paredes finas com porções de forma retangular. Assim, e tendo em conta que o centróide da secção coincide com a origem dos eixos dados, pode escrever-se as *equações (i)* na forma

$$
\begin{aligned}
I'_{XX} &= \sum_{i=1}^{3} E_{Z,i}\left(\frac{b_i h_i^3}{12} + b_i h_i\, Y_i^2\right) \\
I'_{YY} &= \sum_{i=1}^{3} E_{Z,i}\left(\frac{h_i b_i^3}{12} + b_i h_i\, X_i^2\right) \qquad \text{(ii)} \\
I'_{XY} &= \sum_{i=1}^{3} E_{Z,i} b_i h_i\, X_i\, Y_i
\end{aligned}
$$

onde b_i é a largura da porção e h_i é a altura da porção. Desprezando as potências da espessura t, fica-se com

$$
\begin{aligned}
I'_{XX} &= 2\left(E_Z btY^2\right)_{mesa} + \left(E_Z \frac{tb^3}{12}\right)_{alma} \\
I'_{YY} &= 2\left[E_Z\left(\frac{tb^3}{12} + btX^2\right)\right]_{mesa} \qquad \text{(iii)} \\
I'_{XY} &= 2\left(E_Z bhXY\right)_{mesa}
\end{aligned}
$$

Resolvendo para os dados, tem-se

$$
\begin{aligned}
I'_{XX} &= 2\times 50000\times 50\times 2\times 50^2 + 15000\times\frac{1\times 100^3}{12} = 26.25\times 10^9 \text{ Nmm}^2 \\
I'_{YY} &= 2\times 50000\times\left(\frac{2\times 50^3}{12} + 50\times 2\times 25^2\right) = 8.33\times 10^9 \text{ Nmm}^2 \\
I'_{XY} &= 2\times 50000\times 50\times 2\times 25\times 50 = 12.5\times 10^9 \text{ Nmm}^2
\end{aligned}
$$

As tensões diretas são obtidas a partir da *equação (2.90)*

$$
\sigma_Z = E_{Z,i}\left[\left(\frac{M_Y I'_{XX} - M_X I'_{XY}}{I'_{XX} I'_{YY} - {I'_{XY}}^2}\right)X + \left(\frac{M_X I'_{YY} - M_Y I'_{XY}}{I'_{XX} I'_{YY} - {I'_{XY}}^2}\right)Y\right]
$$

onde, neste caso, $M_Y = 0$, logo

$$
\sigma_Z = E_{Z,i}\left[\left(\frac{-M_X I'_{XY}}{I'_{XX} I'_{YY} - {I'_{XY}}^2}\right)X + \left(\frac{M_X I'_{YY}}{I'_{XX} I'_{YY} - {I'_{XY}}^2}\right)Y\right]
$$

onde M_X = 1 kNm = 1×10^6 Nmm. Substituindo os valores nesta equação, tem-se

$$\sigma_Z = E_{Z,i}\left[\frac{-1\times10^6\times12.5\times10^9}{10^{18}\left(26.25\times8.33-12.5^2\right)}X+\frac{1\times10^6\times8.33\times10^9}{10^{18}\left(26.25\times8.33-12.5^2\right)}Y\right]$$
$$= E_{Z,i}\left(\frac{-1\times10^6\times12.5\times10^9}{62.41\times10^{18}}X+\frac{1\times10^6\times8.33\times10^9}{62.41\times10^{18}}Y\right)$$

Logo,

$$\sigma_Z = E_{Z,i}\left(-0.2\times10^{-3}X+0.13\times10^{-3}Y\right) \qquad \text{(iv)}$$

Na mesa superior 12, tem-se $E_{Z,i} = 50000$ N/mm^2 e Y = 50 mm. A *equação (iv)* fica

$$\sigma_Z = 50000\left(-0.2\times10^{-3}X+0.13\times10^{-3}\times50\right) = -10X+325$$

Então,

$$\sigma_{Z,1} = -10\times50+325 = -175 \text{ N/mm}^2$$
$$\sigma_{Z,2} = -10\times0+325 = 325 \text{ N/mm}^2$$

Na alma 23, tem-se $E_{Z,i} = 15000$ N/mm^2 e X = 0. A *equação (iv)* fica

$$\sigma_Z = 15000\left(-0.2\times10^{-3}\times0+0.13\times10^{-3}Y\right) = 1.25Y$$

Então,

$$\sigma_{Z,2} = 1.25\times50 = 62.5 \text{ N/mm}^2$$
$$\sigma_{Z,3} = 1.25\times(-50) = -62.5 \text{ N/mm}^2$$

Na mesa inferior 34, da anti-simetria, tem-se

$$\sigma_{Z,3} = -325 \text{ N/mm}^2$$
$$\sigma_{Z,4} = 175 \text{ N/mm}^2$$

Pode ver-se que a tensão direta máxima na secção é ±325 N/mm^2.